

Питання до екзамену для студентів 3-го курсу з дисципліни «Алгебра і теорія чисел».

1. Поняття многочлена від однієї змінної. Канонічна форма многочлена. Операції над многочленами.
2. Відношення подільності в кільці многочленів від однієї змінної: означення, властивості.
3. Ділення з остачею в кільці многочленів від однієї змінної. Теорема про ділення з остачею.
4. Ділення многочлена на двочлен $x - a$. Розклад многочлена за степенями двочлена.
5. Найбільший спільний дільник (НСД) многочленів. Теорема про лінійне представлення НСД.
6. Найменше спільне кратне (НСК) многочленів. Зв'язок між НСД і НСК многочленів.
7. Звідні і незвідні многочлени: означення, властивості. Канонічний розклад многочлена.
8. Похідна многочлена. Кратні корені многочлена. Критерій кратності кореня через похідні.
9. Інтерполяційні многочлени.
10. Поле раціональних дробів. Розкладання раціональних дробів на елементарні.
11. Кільце многочленів від n змінних: основні означення і властивості.
12. Симетричні многочлени. Елементарні симетричні многочлени.
13. Застосування симетричних многочленів до розв'язування задач з елементарної алгебри.
14. Основна теорема теорії симетричних многочленів.
15. Результант двох многочленів. Властивості результанта.
16. Многочлени над полем \mathbb{C} . Основна теорема алгебри многочленів та наслідки з неї.
17. Многочлени над полем \mathbb{C} . Теорема Вієта.
18. Многочлени над полем \mathbb{R} . Звідність многочленів над полем \mathbb{R} .
19. Розв'язування рівнянь третього степеня. Формули Кардано.
20. Розв'язування рівнянь четвертого степеня.
21. Межі дійсних коренів многочлена.
22. Метод Штурма відокремлення дійсних коренів многочлена.
23. Многочлени над полем раціональних чисел та його корені. Знаходження раціональних коренів многочлена з цілими коефіцієнтами.
24. Звідність многочлена в полі раціональних чисел.
25. Ознака Ейзенштейна незвідності многочлена над полем \mathbb{Q} .
26. Алгебраїчні числа відносно поля. Приклади. Теорема про існування і єдиність мінімального многочлена алгебраїчного числа.
27. Прості алгебраїчні розширення поля та їх будова.
28. Теорема про звільнення від ірраціональності в знаменнику.
29. Критерій побудовності чисел циркулем і лінійкою.
30. Задачі на побудову, що не розв'язуються за допомогою циркуля і лінійки.