

**II ОЛІМПІАДА ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТВОРЧОСТІ
ІМЕНІ В. А. ЯСІНСЬКОГО**

**ЗМАГАННЯ ІЗ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ
8–9 класи**

Задача 1. Точки A , B і C так розташовані на прямій, що $CA = AB$. Квадрат $ABDE$ і рівносторонній трикутник CFA побудували в одній півплощині відносно прямої CB . Знайдіть гострий кут між прямими CE і BF .

Задача 2. Розглянемо паралелограм $ABCD$, для якого точка M — середина сторони CD — лежить на бісектрисі кута $\angle BAD$. Доведіть, що $\angle AMB = 90^\circ$.

Задача 3. В трикутнику ABC $\angle B = 2\angle C$, AD — висота, M — середина сторони BC . Доведіть, що $AB = 2DM$.

Задача 4. В чотирикутнику $ABCD$ довжини сторін AB і BC дорівнюють 1, $\angle B = 100^\circ$, $\angle D = 130^\circ$. Знайдіть довжину BD .

Задача 5. В трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) точка M лежить на стороні CD , причому $CM : MD = 2 : 3$, $AB = AD$, $BC : AD = 1 : 3$. Доведіть, що $BD \perp AM$.

Задача 6. У чотирикутнику $ABCD$ точки E , F і K — середини сторін AB , BC , AD відповідно. Відомо, що $KE \perp AB$, $KF \perp BC$, а кут $\angle ABC = 118^\circ$. Знайдіть $\angle ACD$ (у градусах).

**II ОЛІМПІАДА ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТВОРЧОСТІ
ІМЕНІ В. А. ЯСІНСЬКОГО**

**ЗМАГАННЯ ІЗ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ
8–9 класи (поглиблене вивчення математики)**

Задача 1. Точки A , B і C так розташовані на прямій, що $CA = AB$. Квадрат $ABDE$ і рівносторонній трикутник CFA побудували в одній півплощині відносно прямої CB . Знайдіть гострий кут між прямими CE і BF .

Задача 2. В трикутнику ABC $\angle B = 2\angle C$, AD — висота, M — середина сторони BC . Доведіть, що $AB = 2DM$.

Задача 3. Побудуйте трикутник ABC за висотою та бісектрисою кута A , якщо відомо, що між сторонами трикутника ABC виконується рівність $2BC = AB + AC$.

Задача 4. Нехай точка I_a — центр зовнівписаного кола трикутника ABC , яке дотикається до сторони BC . Нехай W — точка перетину бісектриси кута $\angle A$ трикутника ABC з описаним навколо нього колом. Перпендикуляр, опущений з точки W на пряму AB , перетинає описане навколо трикутника ABC коло в точці P . Доведіть, що якщо точки B , P , I_a лежать на одній прямій, то трикутник ABC — рівнобедрений.

Задача 5. Точка M лежить всередині ромба $ABCD$. Відомо, що $\angle DAB = 110^\circ$, $\angle AMD = 80^\circ$, $\angle BMC = 100^\circ$. Чому може дорівнювати величина кута AMB ?

Задача 6. Дано трикутник ABC , в якому $AB = BC$. Точка O — центр описаного кола, точка I — центр вписаного кола трикутника. Точка D лежить на стороні BC , причому прямі DI та AB паралельні. Доведіть, що прямі DO і CI перпендикулярні.

II ОЛІМПІАДА ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТВОРЧОСТІ ІМЕНІ В. А. ЯСІНСЬКОГО

ЗМАГАННЯ ІЗ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ 10–11 класи

Задача 1. У трикутнику ABC провели висоту AD , M — середина сторони BC . Відомо, що $\angle BAD = \angle DAM = \angle MAC$. Знайдіть величини кутів трикутника ABC .

Задача 2. Нехай P — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника $ABCD$. Відомо, що площі трикутників ABC , BCD і DAP дорівнюють відповідно 8 см^2 , 9 см^2 і 10 см^2 . Знайдіть площу чотирикутника $ABCD$.

Задача 3. У тетраедрі $SABC$ точки E, F, K, L — відповідно середини ребер SA, BC, AC, SB . Довжини відрізків EF і KL відповідно дорівнюють 11 см і 13 см , а довжина ребра AB — 18 см . Знайдіть довжину ребра SC тетраедра.

Задача 4. Дано гострокутний трикутник ABC . Пряма, яка паралельна BC , перетинає сторони AB і AC в точках M і P відповідно. При якому розташуванні точок M і P радіус кола, описаного навколо трикутника BMP , буде найменшим?

Задача 5. В трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) точка M лежить на стороні CD , причому $CM : MD = 2 : 3$, $AB = AD$, $BC : AD = 1 : 3$. Доведіть, що $BD \perp AM$.

Задача 6. AH — висота гострокутного трикутника ABC , K і L — основи перпендикулярів, опущених відповідно на сторони AB і AC з точки H . Доведіть, що кути BKC і BLC рівні.

II ОЛІМПІАДА ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТВОРЧОСТІ ІМЕНІ В. А. ЯСІНСЬКОГО

ЗМАГАННЯ ІЗ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ 10–11 класи (поглиблене вивчення математики)

Задача 1. У тетраедрі $SABC$ точки E, F, K, L — відповідно середини ребер SA, BC, AC, SB . Довжини відрізків EF і KL відповідно дорівнюють 11 см і 13 см, а довжина ребра AB — 18 см. Знайдіть довжину ребра SC тетраедра.

Задача 2. Дано гострокутний трикутник ABC . Пряма, яка паралельна BC , перетинає сторони AB і AC в точках M і P відповідно. При якому розташуванні точок M і P радіус кола, описаного навколо трикутника BMP , буде найменшим?

Задача 3. Точка O — центр описаного кола ω рівнобедреного трикутника ABC ($AB = AC$). Бісектриса кута C перетинає ω в точці W . Точка Q — центр описаного кола трикутника OWB . Відновіть трикутник ABC за точками Q, W, B .

Задача 4. Нехай точка I_a — центр зовнішнього кола трикутника ABC , яке дотикається до сторони BC . Нехай W — точка перетину бісектриси кута $\angle A$ трикутника ABC з описаним навколо нього колом. Перпендикуляр, опущений з точки W на пряму AB , перетинає описане навколо трикутника ABC коло в точці P . Доведіть, що якщо точки B, P, I_a лежать на одній прямій, то трикутник ABC — рівнобедрений.

Задача 5. Вписане коло трикутника ABC дотикається до його сторін AB, BC, CA відповідно в точках K, N, M . Відомо, що $\angle ANM = \angle CKM$. Доведіть, що трикутник ABC — рівнобедрений.

Задача 6. Нехай O та I — відповідно центри описаного та вписаного кіл гострокутного трикутника ABC . Відомо, що пряма OI паралельна до сторони BC цього трикутника. Пряма MI , де M — середина BC , перетинає висоту AH в точці T . Знайдіть довжину відрізка IT , якщо радіус кола, вписаного в трикутник ABC , дорівнює r .