

**ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ МИХАЙЛА
КОЦЮБІНСЬКОГО**

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФІЗИКИ І КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

Кафедра алгебри і методик навчання математики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший проректор з науково-педагогічної
роботи Вінницького державного
педагогічного університету

імені Михайла Коцюбинського

проф. Блажко О.А.

2024 року



**Програма
комплексного кваліфікаційного екзамену
для атестації здобувачів
ступеня вищої освіти магістра
за освітньою програмою
СЕРЕДНЯ ОСВІТА. МАТЕМАТИКА**

атестації здобувачів ступеня вищої освіти *магістра* на основі
6 рівня Національної рамки кваліфікацій, здобутого за іншою спеціальністю
галузі знань *01 Освіта/ Педагогіка*
спеціальність *014 Середня освіта*
предметна спеціальність *014.04 Середня освіта (Математика)*
освітньо-професійна програма *Середня освіта. Математика*


факультет математики, фізики і комп'ютерних наук

Вінниця – 2024 р.

Програма комплексного кваліфікаційного екзамену для атестації здобувачів ступеня вищої освіти магістр, галузі знань 01 Освіта/Педагогіка, спеціальності 014 Середня освіта, предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика).

Розробники: **Матиш Ольга Іванівна**, професор кафедри алгебри і методики навчання математики, доктор педагогічних наук, професор;
Михайленко Любов Федорівна, професор кафедри алгебри і методики навчання математики, доктор педагогічних наук, професор;
Коношевський Олег Леонідович, завідувач кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат педагогічних наук, доцент.

Програма розглянута і схвалена на засіданні
кафедри алгебри і методики навчання математики
Протокол від 19 серпня 2024 р. № 1

Завідувач кафедри  Коношевський О.Л.

Програма розглянута і схвалена на засіданні методичної комісії
факультету математики, фізики і комп'ютерних наук

Протокол від 19 серпня 2024 р. № 1

Голова  Панасенко О. Б.

ВСТУП

Програма комплексного кваліфікаційного екзамену укладена відповідно до освітньо-професійної програми СЕРЕДНЯ ОСВІТА. МАТЕМАТИКА підготовки фахівців освітнього ступеня магістра за спеціальністю 014 Середня освіта, предметною спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика).

1. Мета та завдання комплексного кваліфікаційного екзамену

1.1. Мета комплексного кваліфікаційного екзамену – встановлення рівнів сформованості у здобувачів освітнього ступеня магістр програмних результатів навчання, передбачених освітньою програмою, та присудження освітньої кваліфікації у відповідності до критеріїв оцінювання.

1.2. Завдання комплексного кваліфікаційного екзамену полягають у визначенні та оцінці рівня теоретичної й практичної підготовки здобувачів освітнього ступеня магістр до професійної діяльності вчителя математики:

- здатність аналізувати зміст і ефективність методичних ідей і прийомів;
- визначати цілі вивчення та шляхи реалізації внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків, практичної спрямованості;
- показувати різні можливі методичні варіанти вивчення окремих питань математичних курсів;
- реалізовувати рівневу та профільну диференціацію, використовувати нові інформаційні технології навчання;
- розв'язувати задачі з шкільних підручників математики для профільної школи;
- розуміння функцій, завдань, структури педагогічної діяльності в профільній школі;
- сформованість умінь, необхідних для ефективної організації навчально-виховного процесу в профільній школі.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми здобувачі освітнього ступеня магістр повинні набути наступних компетентностей:

Загальні компетентності:

ЗК 1. Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК 2. Здатність до адаптації та дії в новій ситуації.

ЗК 3. Здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми.

ЗК 4. Здатність приймати обґрунтовані рішення.

ЗК 5. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК 6. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

ЗК 7. Володіння державною та, як найменш, однією з іноземних мов на рівні професійного і побутового спілкування.

ЗК 8. Здатність проведення педагогічних досліджень.

ЗК 9. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

ЗК 10. Готовність до професійного саморозвитку.

Фахові компетентності спеціальності:

ФК 1. Здатність до формування в учнів ключових компетентностей та наскрізних умінь, відповідно до ідей та завдань Нової української школи.

ФК 2. Здатність до формування в учнів предметних компетентностей відповідно до вимог Державного стандарту профільної середньої освіти.

ФК 3. Здатність використовувати системні знання з математики, методики навчання математики, історії їх виникнення та розвитку.

ФК 4. Здатність викладати математичні дисципліни у навчальних закладах загальної середньої освіти, закладах професійної (професійно-технічної) освіти, закладах фахової передвищої освіти.

ФК 5. Здатність до реалізації різних навчальних та виховних стратегій із розумінням їх теоретичних основ.

ФК 6. Здатність аналізувати сучасні теорії навчання й виховання та ефективно застосовувати їх при викладанні математики.

ФК 7. Здатність здійснювати планування, організацію, контроль, аналіз і регулювання власної методичної діяльності в процесі викладання математики.

ФК 8. Здатність організовувати та здійснювати наукові дослідження в галузі педагогічної, математичної освіти самостійно і в складі дослідницького колективу, визначати наукові проблеми, вести наукову дискусію, готувати наукові тексти та доповіді, здійснювати їх публічну апробацію.

ФК 9. Здатність комунікувати із колегами щодо навчально-методичних проблем, обговорювати дослідницькі проекти рідною та іноземною мовою.

ФК 10. Здатність інтегрувати ІКТ у процес навчання та в професійну діяльність у цілому.

ФК 11. Здатність формувати і підтримувати належний рівень мотивації учнів до навчання, ефективно планувати та організовувати різні форми позакласної роботи з математики.

ФК 12. Здатність до організації та розвитку цілісного освітньо-розвивального середовища, що сприяє навчанню та вихованню всіх учнів у контексті завдань Нової української школи.

ФК 13. Здатність досліджувати, аналізувати та вдосконалювати власний педагогічний досвід, осмислювати та розвивати професійні цінності.

ФК 14. Здатність проектувати та організувати сучасне освітнє середовище для навчання, виховання та розвитку учнів наукового ліцею засобами математики на уроках та в позаурочний час.

ФК 15. Володіння методами інформаційного моделювання; здатність реалізовувати інформаційну модель засобами інформаційно-комунікаційних технологій; проводити комп'ютерний експеримент, інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати його результати.

ФК 16. Здатність добирати та використовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології в навчальному процесі та в позакласній роботі, аналізувати й оцінювати доцільність й ефективність їх застосування.

ФК 17. Здатність застосовувати в педагогічній діяльності сучасні підходи у навчанні, зокрема, діяльнісний, особистісно орієнтований та компетентнісний.

ФК 18. Здатність до реалізації педагогіки партнерства: поваги, уваги до учнів, розуміння їхніх проблем навчання та прагнення знайти оптимальний спосіб для ефективного навчання.

1.4. Програмні результати:

ПРН 1. Знати теоретичні основи навчання та виховання, вміти інтегрувати знання, аналізувати і порівнювати педагогічні технології, експериментувати в педагогічній діяльності.

ПРН 2. Демонструвати та застосовувати знання з математики, які передбачені навчальною програмою для профільної школи.

ПРН 3. Розуміти і застосовувати теоретичні положення методики навчання математики на рівні, необхідному для досягнення інших результатів освітньої програми.

ПРН 4. Знати, вміти пояснити та демонструвати фрагменти організації навчання математики у навчальних закладах загальної середньої освіти, закладах професійної (професійно-технічної) освіти, закладах фахової передвищої освіти на різних конкретних етапах уроку з урахуванням специфіки навчальних цілей.

ПРН 5. Розрізняти, критично осмислювати, використовувати традиційні та інноваційні підходи, принципи, методи, прийоми навчання та організації професійної діяльності.

ПРН 6. Знати і вільно володіти державною мовою та однією з поширених іноземних мов на рівні, що дозволяє отримувати та оцінювати інформацію в галузі професійної діяльності з зарубіжних джерел.

ПРН 7. Знати основні принципи і засоби пошуку, систематизації, узагальнення інформації і проведення наукових досліджень за спеціальністю.

ПРН 8. Знати методики підготовки учнів до науково-дослідної роботи, математичних олімпіад та турнірів, прояви особистісних якостей, вікові особливості старшокласників, психологію та основні закономірності відносин.

ПРН 9. Уміти розв'язувати задачі різних рівнів складності курсу математики старшої школи та формувати відповідні уміння в учнів.

ПРН 10. Виявляти помилки та недоліки в математичних знаннях та уміннях, в логіці міркувань, пояснювати різницю між фактами і наслідками, рекомендувати методи обґрунтування тверджень.

ПРН 11. Планувати та організовувати процес навчання математики, досліджувати результативність навчання, робити висновки про ефективність використовуваних методів, прийомів та засобів навчання та виховання.

ПРН 12. Аналізувати, проектувати, впроваджувати та вдосконалювати навчально-методичне оснащення навчання математики.

ПРН 13. Використовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології у навчальній та науково-дослідній роботі.

ПРН 14. Брати участь в обговореннях, діалозі, дискусії із різних питань навчання математики.

ПРН 15. Ефективно працювати, як особистість і як член команди, а також ефективно співпрацювати з учнівським, учительським та батьківським колективами, попереджувати конфлікти.

ПРН 16. Визначати цілі та завдання власного саморозвитку, найближчої та віддаленої перспективи професійної самоосвіти.

ПРН 17. Оцінювати значення своїх соціальних та професійних функцій, формувати стійке позитивне ставлення до професійних та суспільних обов'язків, цінувати різноманіття та мультикультурність світу.

ПРН 18. Знати і розуміти концептуальні засади освіти згідно Концепції Нової української школи.

ПРН 19. Аналізувати типові навчальні програми з математики та здатний до створення авторських навчальних програм.

2. Програми навчальних дисциплін, які виносяться на комплексний кваліфікаційний екзамєн

2.1. Програма навчальної дисципліни «Методика навчання математики в профільній школі».

ТЕМА 1. Загальні питання навчання математики в профільній школі.

Профільне навчання математики в старшій школі. Організація профільного навчання математики в старшій школі. Аналіз навчальних програм з математики. Аналіз шкільних підручників з математики для профільної школи. Профільна та рівнева диференціація навчання. Реалізація Концепції нової української школи в старшій школі. Навчання учнів з особливими потребами в старшій профільній школі. Огляд методичної літератури, дидактичних матеріалів для вчителів математики старшої школи. Особливості організації навчання учнів на різних конкретних етапах уроку з урахуванням вікових особливостей учнів та специфіки навчальних цілей.

ТЕМА 2. Методика навчання алгебри в профільній школі.

Повторення і розширення відомостей про функцію. Систематизація і узагальнення знань учнів про основні властивості функцій; властивості і графіки основних видів функцій. Типові помилки учнів при розв'язуванні вправ у старшій школі з функціональної лінії. Характеристика тестових завдань ЗНО з теми «Функції».

Методика вивчення тригонометричних функцій та їх властивостей. Методика побудови графіків тригонометричних функцій за допомогою геометричних перетворень. Методика навчання розв'язуванню найпростіших тригонометричних рівнянь. Методика навчання розв'язуванню найпростіших тригонометричних нерівностей. Характеристика тестових завдань ЗНО.

Методика вивчення ірраціональних рівнянь та нерівностей. Типові помилки учнів при вивченні ірраціональних рівнянь та нерівностей. Робота вчителя щодо виявлення, виправлення типових помилок при розв'язуванні ірраціональних рівнянь і нерівностей. Характеристика тестових завдань ЗНО.

Методика вивчення показникової та логарифмічної функцій, та їх властивостей. Формування вмінь учнів розв'язувати показникові та і логарифмічні нерівності. Робота вчителя щодо виявлення, виправлення типових помилок при розв'язуванні показникових і логарифмічних рівнянь і нерівностей. Характеристика тестових завдань ЗНО.

Мета та зміст вивчення похідної та її застосувань. Мета та зміст вивчення інтеграла та застосувань. Мета та зміст вивчення стохастички. Характеристика тестових завдань ЗНО з теми «Початки математичного аналізу», «Комбінаторика», «Теорія ймовірностей», «Математична статистика».

ТЕМА 3. Методика навчання геометрії в профільній школі.

Мета, зміст та завдання вивчення систематичного курсу стереометрії в профільній школі. Прийоми розвитку позитивного особистісного ставлення учнів профільної школи до геометрії та процесу її вивчення.

Перші уроки стереометрії. Методика розв'язування задач на перших уроках стереометрії в 10 класі.

Методика вивчення взаємного розміщення прямих і площин в просторі.

Характеристика змісту теми «Многогранники». Методика розв'язування типових задач з теми «Многогранники».

Тіла обертання. Методика їх вивчення в школі.

Геометричні величини в стереометрії, методика їх вивчення, вимірювання і обчислення. Засоби узагальнення і систематизації навчального матеріалу з геометрії.

2.1.1. Методичне забезпечення

2.1.2. Рекомендована література:

Основна

Державні документи

1. Закон України "Про освіту"
2. Закон України "Про загальну середню освіту"
3. Національна доктрина розвитку освіти
4. Державна програма "Вчитель"
5. Концепція загальної середньої освіти (12-річна школа)
6. Державний стандарт базової і повної середньої освіти
7. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти
8. Інструктивно-методичні рекомендації щодо вивчення базових дисциплін у 2017/2021 навчальних роках

Шкільні підручники

Профільний рівень:

1. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владіміров В.М., Владімірова Н.Г. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. . К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 272с.

2. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 336с.
3. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф., Єршов С.В. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 302 с.
4. Істер О.С., Єргіна О.В. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2018. – 448с.
5. Істер О.С., Єргіна О.В. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2019. – 416с.
6. Істер О.С., Єргіна О.В. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2018. – 368с.
7. Істер О.С., Єргіна О.В. Геометрія (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2019. – 288с.
8. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018. – 400с.
9. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. – 352с.
10. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018. – 240с.
11. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. – 204с.
12. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 272 с.
13. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2019. – 240 с.
14. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 240 с.
15. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2019. – 208 с.

Навчальні посібники з методики навчання математики

1. Методика навчання геометрії в школі. Практикум. / О. І. Матяш, А. Л. Воєвода, Л. Ф. Михайленко, Л. Й. Наконечна., О. Л. Коношевський – Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2020.– 510 с.
2. Матяш О.І. Методичний інструментарій формування здатності учнів до математичного моделювання. Вінниця: ТОВ «Твори», 2019. - 270 с.
3. Матяш О.І. Навчаємо мислити логічно. Методичні рекомендації для вчителів. Тернопіль: Вектор, 2020. 104 с.
4. Матяш О.І. Вчимося мислити логічно. Навчально-методичний посібник для учнів. Тернопіль: Вектор, 2020. 106 с.
5. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики./З.І. Слєпкань – Тернопіль: Підручники і посібники. – 2004.-186с.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів мат. спеціальностей пед. навч. закладів /З.І. Слєпкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2006.-567с.
7. Швець В.О. Теорія та методика навчання математики в старшій профільній школі: курс лекцій. - К. : Вид-во УДУ імені М. П. Драгоманова, 2024. – 363 с.

Додаткова

1. Бродський Я., Павлов О. Про введення імовірісно-статистичної змістовної лінії в шкільний курс математики/ Я.Бродський, О.Павлов. // Математика в школі. –2000. - №4.
2. Вайнтрауб М. Неправильні піраміди у задачах / М. Вайнтрауб, М. Каган, Л. Каган // Математика в школі. – 2010. – №6. – С. 25-28.
3. Вайнтрауб М. Неправильні піраміди у задачах. / М. Вайнтрауб, М. Каган, Л. Каган // Математика в школі. – 2010. – №10. – С. 25.
4. Вишенський В.А. Комбінаторика: перші кроки / В. А. Вишенський, М. О. Перестюк. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2010. – 323 с.
5. Вороная Л.В. Перші кроки в теорію ймовірностей. Задачі та їх розв'язання : / Л. В. Вороная, В. О. Сенчевський ; – Харків: Основа, 2009. – 175 с. (Бібліотека журналу "Математика в школах України").
6. Кононова О. Застосування методу математичного моделювання під час розв'язування задач на побудову. / О. Кононова // Математика в школі. – 2008. – №2. – С. 26-33.
7. Корнейчук І. Аналогія у вивченні властивостей многогранників. / І. Корнейчук // Математика в школі. – 2009. – №11. – С. 29-33.
8. Корнейчук І. Аналогія у вивченні властивостей піраміди. / І. Корнейчук // Математика в школі. – 2008. – №9. – С. 31-36.
9. Корнейчук І. Метод аналогії у вивченні паралельності і перпендикулярності у просторі. / І. Корнейчук // Математика в школі. – 2008. – №4. – С. 31-34.
10. Лосева Н. Виховання прагнення учнів до саморозвитку під час вивчення теми “Правильні многогранники” (розробка уроку 11 класу). / Н. Лосева, К. Луковська // Математика в школі. – 2009. – №6. – С. 25-30.
11. Морозович Я.Ю. Комбінаторика: (навч.-метод. посіб.) / Я. Ю. Морозович – Харків: Основа, 2009. – 144 с.
12. Сержук С. В. Комбінації геометричних тіл. Міні-підручник. / С. В. Сержук, А. М. Сержук // Математика в школі. – 2008. – №7. – С. 9.
13. Ушаков Р.П. Опуклі функції та нерівності: (навч.-метод. посіб.) / Р. П. Ушаков, Б. І. Хацет – Харків: Основа, 2009. – 123 с.
14. Філіпповський Г. Б. Авторська шкільна геометрія: (навч.-метод. посіб.). Кн. 1 / Г. Б. Філіпповський. – Харків : Основа, 2009. – 95 с.
15. Філіпповський Г. Б. Авторська шкільна геометрія: (навч.-метод. посіб.). Кн. 2 / Г. Б. Філіпповський. – Харків : Основа, 2009. – 94 с.
16. Якимович В. Теоретико-педагогічні засади розробки змісту навчання методів розв'язання стереометричних задач на побудову. / В. Якимович // Математика в школі – 2008. – №11-12 – С. 55-61.

2.2. Програма навчальної дисципліни «Практикум розв'язування прикладних задач».

Розділ 1. Розв'язування прикладних задач вибраних тем шкільної геометрії.

Тема 1. Паралельність і перпендикулярність прямих і площин під час розв'язування прикладних задач.

Тема 2. Координати і вектори у просторі під час розв'язування прикладних задач.

Тема 3. Перетворення у просторі під час розв'язування прикладних задач.

Тема 4. Геометричні тіла і їх комбінації – математичні моделі прикладних задач.

Тема 5. Призми – математичні моделі прикладних задач.

Тема 6. Піраміди – математичні моделі прикладних задач.

Тема 7. Циліндри – математичні моделі прикладних задач.

Тема 8. Конуси – математичні моделі прикладних задач.

Тема 9. Кулі – математичні моделі прикладних задач.

Розділ 2. Розв'язування прикладних задач вибраних тем шкільної алгебри і початків аналізу.

Тема 10. Елементарні функції шкільної алгебри – математичні моделі прикладних задач.

Тема 11. Похідна та її застосування під час розв'язування прикладних задач.

Тема 12. Первісна, інтеграл та їх застосування під час розв'язування прикладних задач.

Тема 13. Використання прикладних задач під час вивчення елементів комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики.

2.2.1. Методичне забезпечення

2.2.2. Рекомендована література:

Основна

Шкільні підручники

Рівень стандарту:

1. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 288с.
2. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Видавничий дім «Освіта», 2019. – 272с.
3. Бурда, М.І., Колесник Т.В., Мальований Ю.І., Тарасенкова Н.А. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: УОВЦ «Оріон», 2018. - 288с.
4. Істер О.С. Математика. 10 клас. (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): Підручник для учнів 10 класу закладів загальної освіти. К.: Генеза, 2018. – 384с.
5. Істер О.С. Математика. 11 клас. (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): Підручник для учнів 11 класу закладів загальної освіти. К.: Генеза, 2019. – 304с.
6. Мерзляк А.Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018. – 256 с.
7. Мерзляк А.Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. – 208 с.
8. Нелін Є.П., Долгова О.Є. Математика. 10 клас. (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): Підручник для учнів 10 класу закладів загальної освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 328с.
9. Нелін Є.П., Долгова О.Є. Математика. 11 клас. (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): Підручник для учнів 11 класу закладів загальної освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2019. – 304с.

Профільний рівень:

10. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владіміров В.М., Владімірова Н.Г. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. . К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 272с.
11. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Видавничий дім «Освіта», 2018. – 336с.
12. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф., Єршов С.В. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 302 с.
13. Істер О.С., Єргіна О.В. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2018. – 448с.

14. Істер О.С., Єргіна О.В. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2019. – 416с.
15. Істер О.С., Єргіна О.В. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2018. – 368с.
16. Істер О.С., Єргіна О.В. Геометрія (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. К.: Генеза, 2019. – 288с.
17. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018. – 400с.
18. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. – 352с.
19. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2018. – 240с.
20. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Гімназія, 2019. – 204с.
21. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 272 с.
22. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2019. – 240 с.
23. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень) підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2018. – 240 с.
24. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень) підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Х.: Вид-во «Ранок», 2019. – 208 с.

Додаткова

1. Ачкан В. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення рівнянь і нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу // Математика в школі. – 2009. – № 1-2. – С. 31-34.
2. Прус, А. Про засіб прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії. Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання, 2020. № 5 (12), С. 120–125. URL: <https://sj.npu.edu.ua/index.php/kosn/article/view/614>
3. Соколенко Л.О. Математичне моделювання біологічних, хімічних, медичних процесів і явищ у класах природничого профілю. – Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. – Донецьк, 2006. Вип. 25. – С. 99-105.
4. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість вивчення показникової та логарифмічної функцій в курсі алгебри і початків аналізу // Евристика та дидактика точних наук. Міжнародний зб. наук. робіт. – Донецьк, 1997. Вип. 6. – С. 44-47.
5. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навч. посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с.
6. Соколенко Л.О. Прикладні аспекти математики: Інтеграл та його застосування в класах природничого профілю. – Вісник Чернігівського державного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2006. – Вип. 42. – С. 74-77.
7. Соколенко Л.О. Про необхідність створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики. Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. – Донецьк, 2005. – Вип. 24. – С. 218-222.
8. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: навчальний посібник. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. 156 с.

2.3. Програма навчальної дисципліни «Елементарна математика».

ТЕМА 1. Вирази та їх перетворення. Розклад многочленів на множники. Тотожні перетворення раціональних виразів. Біном Ньютона. Тотожні перетворення ірраціональних виразів. Тотожні перетворення показникових виразів. Тотожні перетворення логарифмічних виразів. Формули тригонометрії та їх використання для перетворення тригонометричних виразів. Тотожні перетворення тригонометричних виразів. Тотожні перетворення виразів, що містять обернені тригонометричні функції.

ТЕМА 2. Елементарні рівняння, їх класифікація. Корінь рівняння. Область допустимих значень. Сукупність рівнянь. Рівносильність рівнянь і сукупностей рівнянь. Теореми про рівносильність рівнянь і наслідки з них. Поява сторонніх коренів і втрата коренів у процесі розв'язування рівнянь. Загальні методи розв'язування рівнянь. Наслідок рівняння. Алгебраїчне рівняння з однією змінною. Основна теорема алгебри. Кількість коренів алгебраїчного рівняння. Раціональні рівняння. Лінійні рівняння з однією змінною. Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння. Теорема Вієта та обернена до неї. Розклад квадратного тричлена на лінійні множники. Бікватратні рівняння. Дробово-раціональні рівняння. Двочленні рівняння. Тричленні рівняння. Симетричні рівняння 4-го степеня. Рівняння, що розв'язуються підбором кореня з наступним пониженням степеня. Схема Горнера. Методи розв'язування рівнянь.

ТЕМА 3. Рівняння з кількома змінними. Поняття про систему рівнянь. Рівносильність систем. Система двох лінійних рівнянь з двома змінними. Способи розв'язування систем лінійних рівнянь. Дослідження системи двох лінійних рівнянь з двома змінними. Лінійні системи з трьома змінними. Системи n рівнянь з n змінними ($n > 2$). Симетричні системи. Нелінійні системи. Розв'язування нелінійних систем.

ТЕМА 4. Рівняння, що містять змінну під знаком модуля. Ірраціональні рівняння. Рівняння, що містять змінну під знаком модуля. Методи розв'язування рівнянь з модулями. Системи рівнянь з модулями. Ірраціональні рівняння. Область допустимих значень. Методи розв'язування ірраціональних рівнянь. Зведення ірраціонального рівняння до лінійної раціональної системи введенням нових змінних. Розв'язування систем, що містять раціональні та ірраціональні рівняння.

ТЕМА 5. Ірраціональні рівняння.

ТЕМА 6. Показникові рівняння.

ТЕМА 7. Логарифмічні рівняння.

ТЕМА 8. Тригонометричні рівняння.

ТЕМА 9. Ірраціональні нерівності.

ТЕМА 10. Показникові нерівності.

ТЕМА 11. Логарифмічні нерівності.

ТЕМА 12. Тригонометричні нерівності.

ТЕМА 13. Побудова трикутника, чотирикутника, багатокутника, кола. Знаходження їх елементів. Площі трикутника, чотирикутника, багатокутника, круга.

ТЕМА 14. Найпростіші геометричні фігури та їх властивості. Взаємне розміщення прямих на площині. Основні властивості найпростіших геометричних фігур. Аксиоми. Теореми і доведення. Перпендикулярні прямі. Теорема про проведення перпендикулярної прямої через кожную точку даної прямої. Перпендикуляр і похила. Паралельні прямі. Ознаки паралельності прямих. Властивість кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною. Кути: гострі, прямі, тупі; вертикальні; суміжні; доповняльні (означення; властивості).

ТЕМА 15. Трикутники. Чотирикутники. Многокутники. Властивості та ознаки многокутників. Трикутник, його елементи. Означення і ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник, його ознака, властивості. Властивість бісектриси рівнобедреного трикутника. Медіана трикутника. Теорема про точку перетину медіан трикутника. Бісектриса трикутника. Теорема про точку перетину бісектрис трикутника. Сума внутрішніх кутів трикутника. Нерівність трикутника. Зовнішні кути трикутника, їх властивості. Теорема про бісектрису зовнішнього кута трикутника та наслідки з неї. Теорема Піфагора та наслідки з

неї. Теорема, обернена до теореми Піфагора. Прямокутний трикутник; ознаки рівності та подібності. Співвідношення між сторонами й кутами в прямокутному трикутнику. Теорема синусів. Теорема косинусів. Розв'язування трикутників. Ознаки подібності трикутників. Паралелограм. Ознаки паралелограма. Властивості паралелограма. Теорема про суму квадратів діагоналей паралелограма. Теорема Ейлера для чотирикутника. Прямокутник, ромб, квадрат. Їх властивості, ознаки. Теорема Фалеса. Середня лінія трикутника. Трапеція, її види. Теорема про середню лінію трапеції. Ламана. Многокутники. Сума внутрішніх та сума зовнішніх кутів опуклого n -кутника. Правильні многокутники, їх властивості, подібність. Поняття площі. Площі плоских фігур. Площа прямокутника. Формули площі трикутника. Теорема про відношення площ трикутників, що мають рівні кути. Формули площі паралелограма, ромба, трапеції. Площа довільного чотирикутника. Ізопериметрична задача.

ТЕМА 16. Коло, круг. Вписані кути. Вписані й описані многокутники Коло, його елементи. Довжина кола. Взаємне розміщення прямої і кола, Рівняння кола. Дотична до кола, її ознака і властивість. Залежність між дугами і хордами. Залежність довжин хорд від їх відстані від центра кола. Вимірювання кута, вписаного в коло. Вимірювання кута з вершиною в середині круга. Вимірювання кутів: з вершиною поза кругом; між дотичною і хордою; між дотичною і січною; між двома дотичними. Властивості: хорд та їх частин; дотичної і січної; січних. Теореми: про серединні перпендикуляри до сторін трикутника та про існування кола, описаного навколо трикутника. Коло, вписане в трикутник. Коло, описане навколо трикутника. Теореми про центри вписаного та описаного кіл. Формули для радіусів описаного і вписаного кіл трикутника. Вписані чотирикутники; властивість; ознака. Теорема Птолемея. Теорема про відношення діагоналей вписаного чотирикутника. Описані чотирикутники; ознака; властивість. Правильні многокутники, їх властивості, вписані й описані многокутники. Теорема про площу вписаного чотирикутника. Наслідки. Площі многокутників; круга та його частин. Площі подібних фігур.

ТЕМА 17. Геометричні побудови. Задачі на побудову. Геометричне місце точок Геометричне місце точок. Метод геометричних місць. ГМТ, рівновіддалених від кінців відрізка. Основні задачі на побудову. Метод геометричних місць точок розв'язування задач на побудову. Метод геометричних перетворень розв'язування задач на побудову. Алгебраїчний метод розв'язування задач на побудову.

ТЕМА 18. Декартові координати на площині, вектори, геометричні перетворення на площині Декартові координати на площині: основні поняття, означення, співвідношення. Пряма в декартовій системі координат на площині. Координатний метод розв'язування геометричних задач. Вектори на площині: основні поняття, означення, дії, співвідношення. Векторний метод розв'язування геометричних задач. Види рухів (симетрії: відносно точки та відносно прямої; паралельне перенесення; поворот), їх властивості. Рівність фігур. Перетворення фігур. Рухи, їх властивості. Види рухів, їх властивості. Рівність фігур. Перетворення подібності: основні поняття; означення; властивості. Гомотетія. Подібні фігури.

ТЕМА 19. Методи розв'язування геометричних задач. Метод допоміжних побудов, алгебраїчний метод, координатний, векторний, метод площ при розв'язуванні планіметричних задач.

2.3.1. Методичне забезпечення

2.3.2. Рекомендована література:

Основна

1. Валєєв К. Г. Елементарна математика для студентів, абітурієнтів: навч. Посібник. / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – Київ, КНЕУ. – 2006. 548 с.
2. Мерзляк А. Г. Тригонометрія. Вчимося розв'язувати задачі. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір - Київ, Генеза, 2008. - 351 с.
3. Михайловський В. І. Практикум з розв'язування задач з математики / В. І. Михайловський, В. Є. Тарасюк, Є. О. Чекалал та ін. - 3-тє вид., перероб. і доп. - К.: Вища шк. Головне вид-во, 1989. – 425 с.

4. Наконечна Л. Й. Раціональні рівняння та способи їх розв'язування // Л. Й. Наконечна, Я. В. Наконечний - Вінниця, СПД Лопушанський В. Ф. - 2013. - 58 с.
5. Наконечна Л. Й. Рівняння та нерівності: самостійно вдосконалюємо знання та вміння. Навч. посібник / Л. Й. Наконечна – Вінниця, 2015. – 142 с.
6. Наконечна Л. Й. Системи раціональних рівнянь та способи їх розв'язування // О. В. Дарченко, Л. Й. Наконечна - Вінниця, СПД Лопушанський В.Ф. - 2013. - 58 с.
7. Перехейда О. М. Розв'язування нерівностей. / О. М. Перехейда, Р. П. Ушаков – Х.: Вид. група «Основа», 2003. – 112 с.
8. Сканаві М. І. Збірник задач для вступників до вузів / М. І. Сканаві. – К.: Вища шк., 2009. – 354 с.
9. Скороход А. В. Вибрані питання елементарної математики. / А. В. Скороход – К. Вища школа, 1982. – 432 с.
10. Ушаков Р. П. Повторювальний курс математики: Посібник для учнів серед. закладів освіти / Р. П. Ушаков– 3-ге вид., випр. і доп. – К.: Техніка, 2009. – 591 с.
11. Ясінський В. А. Геометричні задачі / В. А. Ясінський – Львів: Каменяр, 2003. – 76 с.

Додаткова:

12. Дергачов В. А. Геометрія в означеннях, таблицях і схемах. 7-11 класи / В. А. Дергачов. - Х.: Ранок, 2017. – 96 с.
13. Лось В. М. Математика: Навчаємо міркувати. Розв'язування нестандартних задач. Навч. посібн. / В. М. Лось, В. П. Тихієнко – К.: Кондор, 2004. – 145 с.
14. Наконечна Л.Й. Методичні вказівки до організації самостійної роботи студентів з дисципліни „Елементарна математика” / Л. Й. Наконечна – Вінниця, СПД Лопушанський В.Ф. - 2020. - 59 с.
15. Наконечна Л. Й. Методичні вказівки до організації самостійної роботи студентів з дисципліни „Шкільний курс математики” / Л. Й. Наконечна – Вінниця, 2020. – 36 с.
16. Роганін О. М. Алгебра і початки аналізу в означеннях, таблицях і схемах. 7-11 класи / О. М. Роганін. – Х.: Ранок, 2017. – 112 с.

3. Критерії оцінювання відповідей на комплексному кваліфікаційному екзамені

Кожний екзаменаційний білет містить три питання. Рівень професійної компетентності майбутнього вчителя математики визначається при відповіді на перше та третє питання екзаменаційного білету за чотирма компонентами: математичною, методичною, комунікативною і творчою. Відповідно виділено п'ятнадцять складових, наявність кожної з яких оцінюється від 0 до 2 балів таким чином:

- відсутня – 0 балів;
- певним чином наявна – 1 бал;
- наявна в повній мірі – 2 бали.

Отже, найбільшу кількість балів, яку може набрати студент за відповідь на одне питання – 30 балів. Всього за правильну відповідь на перше та третє питання можна отримати 60 балів.

Перелік складових компонент професійної компетентності майбутнього вчителя математики, які перевіряються при відповіді здобувача освітнього ступеня магістр

I. Математична компонента:

- 1) Знання необхідних означень понять, глибина розуміння їх змісту та об'єму;
- 2) Знання основних математичних тверджень;
- 3) Уміння обґрунтовувати математичні твердження.

II. Методична компонента:

- 1) Знання змісту навчальних програм і вміння їх аналізувати;
- 2) Вміння характеризувати методичні особливості навчального матеріалу;

- 3) Вміння виділити найбільш ефективні прийоми і засоби досягнення навчальної мети;
- 4) Вміння характеризувати зміст і методичні особливості шкільних підручників з математики;
- 5) Знання типових помилок учнів і шляхів їх виправлення і попередження;
- 6) Розуміння специфіки диференційованого навчання математики.

III. Комунікативна компонента:

- 1) Вільне володіння змістом відповіді на питання білету (міра використання конспекту відповіді);
- 2) Вміння володіти собою, голосом, інтонацією;
- 3) Вдало використання дошки.

IV. Творча компонента:

- 1) Наявність власних оригінальних думок, прикладів, що ілюструють відповідь;
- 2) Вміння вдало використати у процесі відповіді знання педагогічного досвіду вчителів математики;
- 3) Вміння вдало використати у процесі відповіді власний педагогічний досвід.

При оцінюванні другого практичного завдання: *розв'язати конкретну задачу та здійснити методичний аналіз розв'язання*, враховується наявність:

- правильного розв'язання задачі;
- повного і раціонального розв'язання задачі;
- різних способів міркувань при розв'язуванні задачі;
- переліку можливих помилок учнів при розв'язуванні вправ вказаного типу;
- правильних вимог до оформлення розв'язання задачі.

Наявність кожної з складових оцінюється від 0 до 8 балів таким чином:

- відсутня – 0 балів;
- певним чином наявна – 4 бали;
- наявна в повній мірі – 8 балів.

Отже, найбільшу кількість балів, яку може набрати студент за відповідь на друге питання – 40 балів.

Оцінка студенту за екзамен виставляється за 100-бальною шкалою, за розширеною шкалою та за шкалою ECTS.

Кількість балів, що студент набрав у процесі відповіді на три питання екзаменаційного білету та додаткові питання	Оцінка за комплексний кваліфікаційний екзамен за розширеною шкалою	Оцінка ECTS
90-100	Відмінно	A
80-89	Дуже добре	B
75-79	Добре	C
60-74	Задовільно	D
50-59	Достатньо	E
36-49	Незадовільно	FX
0-34	Неприйнятно	F

4. Зразки комплексних кваліфікаційних завдань

№1. Методичні особливості перших уроків стереометрії в 10 класі.

№2. Ділянку прямокутної форми потрібно з усіх сторін обгородити парканом завдовжки 200м. Якими мають бути розміри цієї ділянки, щоб її площа була найбільшою? Здійснити методичний аналіз розв'язування задачі в профільній школі.

№3. Розробити фрагмент уроку введення поняття «мимобіжні прямі».

5. Зразки відповідей на комплексні кваліфікаційні завдання.

Орієнтовна відповідь на комплексне кваліфікаційне завдання №1:

Основна мета вивчення першої теми – повторення аксіом планіметрії і засвоєння учнями аксіом стереометрії. Учні повинні знати аксіоми стереометрії і основні наслідки з них, вміти застосовувати їх при розв'язуванні задач. Як і на перших уроках планіметрії, вимога все доводити з посиланням на аксіоми і доведені раніше теореми тут обов'язкова.

При вивченні перших тем стереометрії, а отже, і при проведенні перших уроків, учні натрапляють на труднощі: недостатній розвиток в учнів просторових уявлень й уяви, значна абстрактність навчального матеріалу порівняно з планіметричним, перевантаженість теоремами, в тому числі й дрібними, наявність багатьох аналогій і відмінностей між відповідними поняттями і твердженнями планіметрії і стереометрії.

З метою зменшення першої із зазначених труднощів учитель повинен використовувати наочність, зокрема стереометричний ящик або сучасні його модифікації. Загально відомим підходом формування в учнів просторового уявлення та уяви при означенні нових понять, формулюванні аксіом і теорем є використання моделей точок, прямих, площин, прикладів із оточуючого середовища та наочних малюнків. Учні пропонують розглянути готові креслення, моделі, виділити ознаки поняття.

Зменшити другу трудність (абстрактність навчального матеріалу) дасть змогу конкретизація вчителем означень, аксіом і теорем їх різноманітними застосуваннями в навколишньому житті та техніці. Перевантаженість теорем і їх доведень вчитель може зменшити, якщо зосередить увагу учнів на вузлових твердженнях, які будуть часто потрібні надалі. Щодо аналогій і відмінностей у навчальному матеріалі планіметрії і стереометрії, то вчитель повинен скористатися тими аналогіями, які дають змогу учням краще усвідомити і запам'ятати факти із стереометрії, і застерегти учнів від тих аналогій, які можуть призвести до помилок.

Доведення перших теорем доцільно проводити у вигляді таблиці з двома стовпчиками: твердження та обґрунтування.

Система задач перших уроків стереометрії містить небагато задач, але переважна їх кількість – це задачі на доведення. Доцільно звернути увагу учнів на те, що вивчені аксіоми стереометрії і наслідки з них дають можливість розв'язувати найпростіші задачі на побудову в просторі.

Для формування в учнів стійкого засвоєння понять рекомендується використовувати вправи на розпізнавання об'єктів, які належать до обсягу поняття, вправи на виділення наслідків з означення поняття, вправи на побудову об'єктів, які задовольняють зазначені властивості, вправи з моделями фігур, причому, ці вправи повинні носити евристичний характер.

Для учнів 10-11 класів актуально бачити практичне застосування теми, що вивчається. Задачі прикладного змісту дають відповіді на питання учнів. Отже, важливо, розглянути принаймні кілька таких задач, причому, при розв'язуванні цих задач є можливість формувати в учнів вміння використовувати порівняння і аналогії. Наприклад:

- 1) Столяр за допомогою двох ниток перевіряє, чи стійким буде виготовлений стіл, що має чотири ніжки. Як треба натягти нитки?
- 2) Як можна перевірити якість виготовлення лінійки, маючи добре оброблену плиту? На якому теоретичному положенні ґрунтується ця перевірка?
- 3) Поясніть, чому штатив відеокамери виготовляють з трьома ніжками, а не з двома чи чотирма?

Методичні поради щодо роботи із задачами на перших уроках стереометрії:

- слід чітко визначити, які вправи розв'язувати письмово, які усно.
- вправи, які розв'язуються письмово, повинні бути належно оформленими: виконаний малюнок, записано скорочений запис умови.
- вправи на доведення, обґрунтування, пояснення доцільно оформляти у вигляді таблиці, запропонованою Слєпкань З.І.

- при розв'язуванні складних для сприйняття учнями вправ, доцільно підготувати евристичну бесіду, яка «підштовхне» учнів до вибору правильного способу, методу розв'язання.

Орієнтовна відповідь на комплексне кваліфікаційне завдання №2:

Запропонована задача із шкільного курсу алгебри і початків аналізу, з теми «Похідна та її застосування».

Розв'язання

1) Периметр ділянки $=200\text{м}$, отже сума двох різних сторін прямокутника $=100\text{м}$. Нехай одна із сторін дорівнює $x\text{ м}$, тоді інша буде дорівнювати $(100-x)\text{ м}$. Звідси випливає, що $0 < x < 100$.

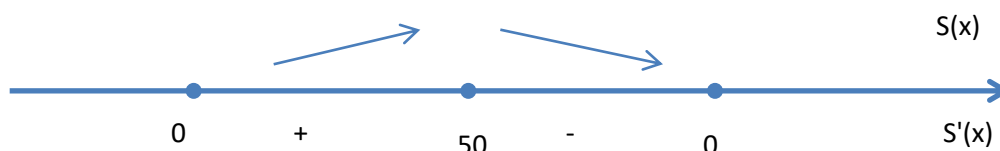
2) Запишемо функцію $S(x)=x(100-x)$, отже задача зводиться до знаходження найбільшого значення функції на інтервалі $(0;100)$.

3) Розглянемо неперервну функцію $S(x) = 100x - x^2$, $D(S) = [0; 100]$, і визначимо її найбільше значення на відрізку $[0;100]$. Знайдемо критичні точки функції S :

$$S'(x) = 100 - 2x. \text{ Функція має одну критичну точку } x=50$$

$$\text{Обчислимо } S'(1) = 100 - 2 = 98 > 0; S'(51) = 100 - 102 = -2 < 0$$

Звідси отримуємо, що функція $S(x) = x(100-x)$, на інтервалі $(0; 100)$ набуває найбільшого значення при $x = 50$.



4) Отже, ця ділянка має бути у формі квадрата із стороною 50м.

Дану задачу можна розв'язати іншим способом. Зокрема, графіком функції $S(x) = 100x - x^2$ є парабола вітками донизу. Тому найбільше значення цієї функції буде у вершині параболи.

До найтипівіших помилок учнів при розв'язуванні вправ вказаного типу можна віднести:

- Неправильне складання функції, (як правило у таких задачах мова йде про різні величини, наприклад у нашій задачі – периметр і площа);
- Помилки в обчисленнях похідної функції;
- Невміння інтерпретувати отримані результати, як правило до цього призводить не розуміння геометричного змісту похідної, тощо.

Оформлення цієї задачі може бути як запропоновано вище. Особливу увагу варто звернути на виконаний рисунок, що допомагає «бачити» точки максимуму або мінімуму.

Орієнтовна відповідь на комплексне кваліфікаційне завдання №3:

Введення поняття мимобіжних прямих доречно провести конкретно-індуктивним методом. Методичні дії вчителя можуть бути наступними:

1) Розгляд конкретних прикладів взаєморозміщення прямих у просторі (можна розглянути запропоновані приклади у шкільних підручниках), наприклад:



Використовуючи метод евристичної бесіди, з'ясовую:

- Як можуть розміщуватися дві прямі?; (О.в.: якщо дві прямі лежать в одній площині, вони або перетинаються, або паралельні)
- Знайдіть зображення таких прямих на малюнках 1–3.
- Розгляньте уважніше малюнки 2 і 3 та знайдіть на них зображення прямих, що не перетинаються і не є паралельними.

2) *Введення терміну «мимобіжні прямі»*

Звертаю увагу учнів, що прямі які не перетинаються і не є паралельними називають мимобіжними прямими.

3) *З'ясування суттєвих і несуттєвих властивостей поняття, що формується*

- Якщо прямі паралельні, то через них можемо провести спільну площину? (О.в.: так, оскільки через дві паралельні прямі завжди можна провести площину, причому тільки одну)
- Якщо прямі мимобіжні, то через них можемо провести спільну площину? (Ні)
- Отже, розглянуті приклади показують, що в стереометрії для двох прямих, які не мають спільних точок, можливі два випадки взаємного розміщення: прямі лежать в одній площині та прямі не лежать в одній площині.

4) *Формулювання означення поняття*

- Хто може сказати які ж прямі ми називаємо мимобіжними? (О.в.: Дві прямі, які не лежать в одній площині і не перетинаються називають мимобіжними)
- Оскільки, прямі що не лежать у одній площині не мають спільних точок, то можемо говорити так: Дві прямі, які не лежать в одній площині називають мимобіжними.

5) *Розгляд вправ на підведення під поняття*

- ✓ Точка М лежить поза площиною трикутника АВС. Яким є взаємне розміщення прямих АМ і ВС:

- 1) перетинаються; 3) мимобіжні;
2) паралельні; 4) визначити неможливо?

О.в.: мимобіжні

- ✓ Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назвіть його ребра: 1) паралельні ребру CD; 2) мимобіжні з ребром CD.

О.в.: 1) АВ; $A_1 B_1$; $C_1 D_1$. 2) $A_1 D_1$; $B_1 C_1$.

- ✓ Укажіть моделі мимобіжних прямих, використовуючи предмети класної кімнати;
- ✓ Прямі АВ і CD мимобіжні. Чи можуть бути паралельними прямі АС і ВD? А перетинатися?

О.в.: Прямі АС і ВD не можуть бути ні паралельними ні перетинатися. Якби вони чи перетинались чи були паралельними, то всі точки А, В, С, D лежали б в одній площині, що не можливо (суперечить умові, що АВ і CD мимобіжні).