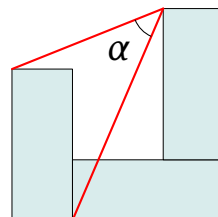




## 8–9 КЛАСИ

1. Три прямокутники, які зображено на рисунку — рівні. Визначіть величину відміченого кута  $\alpha$  (у градусах).



2. У трикутнику  $ABC$  з  $\angle A = 40^\circ$  на сторонах  $AB$  і  $BC$  вибрані точки  $E$  і  $F$  такі, що  $\angle BEF = 20^\circ$ . Доведіть, що  $AE + AC > CF$ .

3. В рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з основою  $AC$  проведено бісектрису  $CD$ . Пряма, перпендикулярна  $CD$ , що проходить через точку  $D$ , перетинає пряму  $AC$  в точці  $E$ . Знайдіть  $EC$ , якщо  $AD = 1$ .

4. В гострокутному трикутнику  $ABC$  висоти  $AN_1$ ,  $BH_2$ ,  $CH_3$  перетинаються в точці  $H$ . Бісектриси кутів  $\angle BAN_1$  та  $\angle BCH_3$  перетинаються в точці  $T$ . Доведіть, що точка  $T$  належить колу з діаметром  $AC$ .

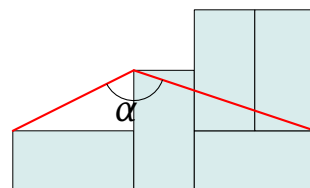
5. На дошці було зображено трикутник  $ABC$ , у якого  $\angle A = 60^\circ$ , а також відмічено центр вписаного кола — точку  $I$ , центр описаного кола — точку  $O$ , і основу бісектриси кута  $A$  трикутника — точку  $L$ . Учитель витер дошку, залишивши лише точки  $O$ ,  $I$ ,  $L$ . Як відновити початковий трикутник  $ABC$  за цими трьома точками?

22 грудня 2024 р.



## 10–11 класи

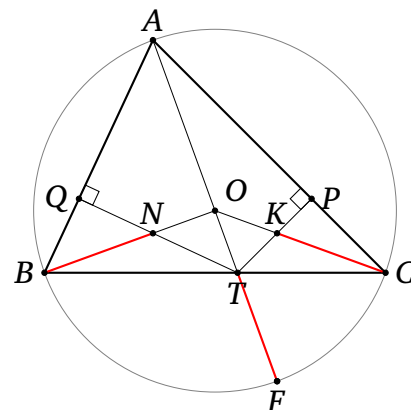
1. П'ять прямокутників, які зображено на рисунку — рівні. Визначіть величину відміченого кута  $\alpha$  (у градусах).



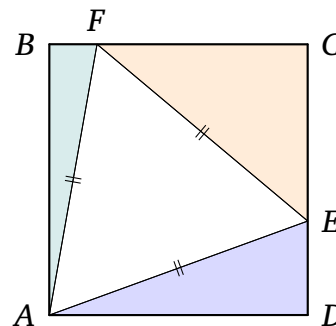
2. Висоти  $BH_2$  і  $CH_3$  гострокутного трикутника  $ABC$  продовжено до перетину з описаним навколо трикутника  $ABC$  колом в точках  $P$  і  $Q$ . Виявилось, що  $BQ \parallel CP$ . Знайдіть величину кута  $A$  трикутника  $ABC$ .

3.  $AL_1$ ,  $BL_2$  і  $CL_3$  — бісектриси в трикутнику  $ABC$ . Серединний перпендикуляр до  $AL_1$  перетинає  $BL_2$  і  $CL_3$  відповідно в точках  $P$  і  $Q$ . Доведіть, що точки  $B$ ,  $Q$ ,  $P$ ,  $C$  належать одному колу.

4. Точка  $O$  — центр описаного кола гострокутного трикутника  $ABC$ . Промінь  $AO$  перетинає  $BC$  в точці  $T$ .  $P$  і  $Q$  — основи перпендикулярів, які опущено з точки  $T$  на сторони  $AC$  і  $AB$  відповідно.  $TP$  перетинає радіус  $OC$  в точці  $K$ ,  $TQ$  перетинає радіус  $OB$  в точці  $N$ . Доведіть, що  $CK = FT = BN$ , де  $F$  — точка перетину променя  $AO$  з описаним колом трикутника  $ABC$ .



5. У прямокутник  $ABCD$  вписано правильний трикутник  $AFE$  (див. рисунок). Нехай  $S_1$ ,  $S_2$  і  $S_3$  — площі трикутників  $ABF$ ,  $ADE$  та  $ECF$  відповідно. Доведіть, що  $S_3 = S_1 + S_2$ .



22 грудня 2024 р.