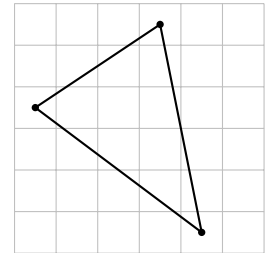


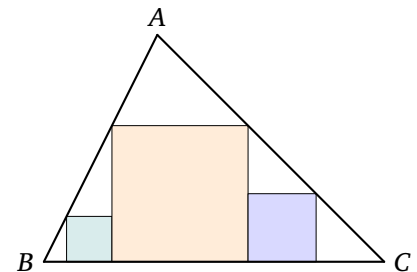


8–9 КЛАСИ

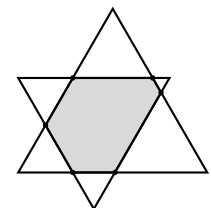
1. (4 бали) На рисунку зображено трикутник, вершини якого знаходяться у центрах одиничних клітинок координатної сітки. Знайдіть площу цього трикутника.



2. (4 бали) Три квадрати з площами 4, 36 та 9 вписано у трикутник ABC так, як показано на рисунку. Чому дорівнює висота цього трикутника, яку опущено з вершини A ?

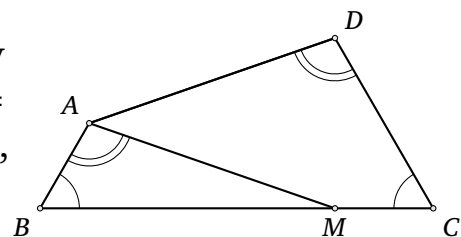


3. (5 балів) Два рівносторонніх трикутники з периметрами 15 см і 12 см розташовані так, що їх сторони відповідно паралельні (див. рисунок). Знайдіть периметр виділеного шестикутника.



4. (5 балів) В трапеції $ABCD$ з основами AB і CD бісектриса кута B перетинає відрізок AD в точці M . Відомо, що $AB = 4$, $BC = 9$ і $CD = 3$. В якому відношенні точка M ділить відрізок AD ?

5. (7 балів) В опуклому чотирикутнику $ABCD$ виконуються рівності $\angle B = \angle C$ і $CD = 2AB$. На стороні BC відмітили таку точку M , що $\angle BAM = \angle CDA$. Доведіть, що $AM = AD$.

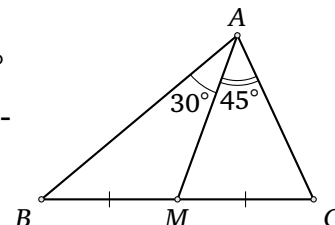


6. (7 балів) В гострокутному трикутнику ABC провели висоти AK і CH , та бісектрису BL . Відомо, що $AH = BC$. Доведіть, що пряма, яка проходить через H і паралельна до BC , проходить через точку перетину AK і BL .



10–11 КЛАСИ

1. (4 бали) Медіана трикутника утворює кути 30° та 45° зі сторонами, між якими вона проведена. Знайдіть відношення цих сторін.



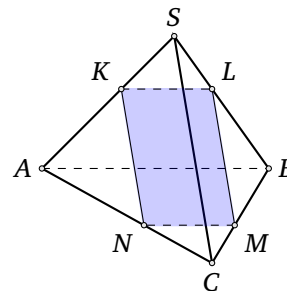
2. (4 бали) Відомо, що довжини сторін трикутника ABC ($BC = a$, $AC = b$, $AB = c$) задовольняють співвідношення

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} = 1.$$

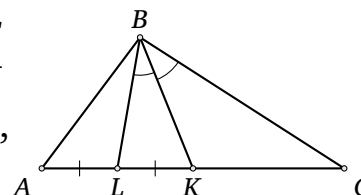
Знайдіть величину кута C трикутника ABC .

3. (5 балів) Бісектриса кута A трикутника ABC перетинає його описане коло в точці W (при продовженні). Точка K на стороні AC така, що $WK \parallel AB$. Відрізок WK перетинає BC в точці N . Доведіть, що AW є дотичною до кола, описаного навколо трикутника CNW .

4. (5 балів) Відомо, що переріз правильної трикутної піраміди площиною — це ромб зі стороною a . Знайдіть площу цього перерізу.



5. (7 балів) На стороні AC трикутника ABC знайшлися точки K і L такі, що L — середина AK і BK — бісектриса кута LBC . Крім цього, відомо, що $BC = 2BL$. Доведіть, що $KC = AB$.



6. (7 балів) В трикутнику ABC з кутом при вершині B , рівним 60° , проведено бісектрису CL . Нехай I — центр вписаного кола трикутника ABC . Описане коло трикутника ALI перетинає сторону AC в точці D . Доведіть, що точки B , L , D і C лежать на одному колі.