

О. І. Матяш, А. В. Терепя

Математика у творчості



Творчість у математиці

Вінниця-2018

УДК 51-7
М35

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Вінницького державного педагогічного університету
імені Михайла Коцюбинського
Протокол № 3 від 19 вересня 2018 року*

Рецензенти:

Коломієць А. М. - доктор педагогічних наук, професор, проректор з наукової роботи Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського;

Петрук В. А. – доктор педагогічних наук, професор кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету;

Михайленко Л. Ф. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

Матеріали подані в авторській редакції

М35 Матяш О. І., Тереп А. В. Математика у творчості. Творчість у математиці: монографія /О. І. Матяш, А. В. Тереп. – Вінниця: 2018. – 283 с.

ISBN

У монографії розкрито теоретичні і методичні аспекти формування творчого мислення учнів у процесі навчання математики. Обґрунтовано необхідність і можливість оволодіння вчителями математики прийомами формування та розвитку творчих якостей учнів. Систематизовано актуальний матеріал для практичного використання на уроках математики в школі.

Книга підготовлена для вчителів математики, майбутніх учителів математики, викладачів педагогічних університетів та коледжів, науковців, які досліджують проблеми шкільної математичної освіти та проблеми формування творчої особистості в школі.

УДК 51-7

ISBN

©Матяш О. І., Тереп А. В., 2018
© ВДПУ імені Михайла Коцюбинського, оригінал-макет, 2018

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	5
РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГІЯ ТВОРЧОСТІ.....	9
1.1. Творчість як механізм розвитку.....	9
1.2. Особливості творчого мислення та його розвиток у процесі занять з математики.....	15
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИКА У ТВОРЧОСТІ.....	21
2.1. Вислови відомих людей.....	21
2.2. Математика та мистецтво.....	26
2.2.1. Математика та література.....	30
2.2.2. Математика та живопис.....	38
2.2.3. Математика та музика.....	40
2.2.4. Математика та архітектура.....	44
2.3. Математика та професійна творча діяльність людини.....	48
2.3.1. Математика та авто обслуговування.....	50
2.3.2. Математика та біологія.....	50
2.3.3. Математика та будівництво.....	52
2.3.4. Математика та екологія.....	53
2.3.5. Математика та економіка.....	56
2.3.6. Математика та епідеміологія.....	58
2.3.7. Математика та залізничний транспорт.....	58
2.3.8. Математика та захист від стихій.....	59
2.3.9. Математика та інженерія.....	60
2.3.10. Математика та картографія і геодезія.....	62
2.3.11. Математика та кондитерська діяльність.....	63
2.3.12. Математика та медицина.....	64
2.3.13. Математика та морська справа.....	67
2.3.14. Математика та програмування.....	69
2.3.15. Математика та психологія.....	71
2.3.16. Математика та сільське господарство.....	74
2.3.17. Математика та спорт.....	76

2.3.18. Математика та хімія.....	79
2.3.19. Математика та швейна діяльність	80
РОЗДІЛ 3. ТВОРЧИСТЬ У МАТЕМАТИЦІ	82
3.1. Вислови відомих людей.....	82
3.2. Видатні математики та їх наукова творчість.....	87
3.2.1. Видатні математики періоду елементарної математики.....	89
3.2.2. Видатні математики періоду дослідження змінних величин	97
3.2.3. Видатні математики періоду сучасної математики.....	104
3.2.4. Видатні математики України	114
3.3. Математичні відкриття українських науковців	121
3.4. Творчість у розв'язуванні математичних задач	126
3.5. Створення творчого середовища у процесі навчання математики	143
3.6. Діагностика розвитку творчого мислення у процесі навчання математики.....	157
РОЗДІЛ 4. ПРЕЗЕНТАЦІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗА ТЕМАТИКОЮ	
ТВОРЧОСТІ.....	221
4.1. Анотації книг	221
4.2. Анотації дисертацій	231
4.3. Анотації статей	240
Список використаних джерел.....	264

ПЕРЕДМОВА

Математична компетентність є однією з 10 ключових компетентностей Нової української школи. Згідно з реформою загальної середньої освіти, випускник нової української школи має бути сформованим як цілісна всебічно розвинена особистість, яка здатна до критичного мислення. В педагогічній літературі обґрунтовується, що успішне мислення неможливе без синтезу критичності й креативності, тому навчання критичному мисленню має бути доповнене навчанням мисленню творчому (як і навпаки). Математика, як навчальна дисципліна, має потужні можливості для формування мислення, і взагалі розвитку учнів засобами математики. А це означає, що місце і роль учителя математики в формуванні особистісних якостей учнів нового покоління залишаються вагомими.

Нова школа, як зазначено у «Концепції нової української школи» потребує нового вчителя, який зможе стати агентом змін. Отже, вчитель математики має брати на себе відповідальність не лише за результати навчання учнів математики, а й за обрану чи побудовану ним технологію розвитку творчого мислення учнів засобами математики.

Водночас у «Концепції нової української школи» в загальних рисах окреслені проблеми сучасного навчання в українській школі: спосіб навчання не мотивує дітей до навчання; матеріал підручників затеоретизований, переобтяжений другорядним фактологічним матеріалом; учителі використовують переважно застарілі прийоми та засоби. Вказане, очевидно, стосується і процесу навчання математики. Останніми роками все більше доводиться констатувати зменшення кількості випускників школи, які захоплені математикою, які вступають на спеціальності пов'язані з математикою. На нашу думку, це зокрема свідчить, що вчителі математики не завжди вміють використати потужний потенціал зацікавлення учнів у процесі

навчання математики, не завжди здатні переконати учнів у значимості занять математикою для розвитку критичного і творчого мислення.

Ця книга написана для вчителів, які навчають нині учнів математики, незалежно в якій школі – початковій, основній чи старшій. Ця книга написана для майбутніх учителів, які навчатимуть учнів математики в початковій, базовій чи профільній школах. Основна ціль, якої прагнули автори, розпалити вогник захоплення математикою у вчителя; акцентувати увагу вчителя, який навчає учнів математики, на мотиваційних аспектах навчання математики, на потужних можливостях процесу навчання математики для формування та розвитку творчих якостей учнів.

Ми глибоко переконані, що якщо вчитель, який навчає учнів математики (немає значення в першому чи випускному класі), має високий рівень математичної компетентності, добре знає сферу застосувань математики, вміє організувати захопливий процес пошуку розв'язання кожної математичної задачі, вірить у розвивальні можливості занять математикою для формування творчої особистості, то такий вчитель здатен не лише оволодіти технологіями розвитку критичного та творчого мислення учнів, а й здатен творити такі технології.

- ✓ Збудити інтерес до математики може вчитель, який любить математику.
- ✓ Розвивати учнів засобами математики може вчитель, який вірить у розвивальні можливості математики.
- ✓ Формувати в учнів творче мислення може вчитель математики, який володіє творчим мисленням.

Маємо надію, що ця книга надихне вчителів математики та майбутніх учителів математики на самовдосконалення та саморозвиток в улюбленій професійній діяльності в контексті сучасних завдань нової української школи.

В *першому розділі* монографії «Психологія творчості» ми акцентуємо увагу вчителя на структурі творчого процесу, особливостях творчого мислення та закономірностях його розвитку в процесі занять з математики.

Обґрунтовуємо, що творчість це продукт розвитку в навчанні, причому розвитку вільного.

В *другому розділі* монографії «Математика у творчості» ми на конкретних прикладах розкриваємо проникнення математики в найрізноманітніші сфери професійної та практичної діяльності людини. Особлива увага в цьому розділі приділена взаємозв'язку між математикою та мистецтвом. Наведено широкий спектр застосувань математики для різних професій. Крім укріплення переконань учителя в надзвичайно широкому застосуванні математичних знань та умінь, матеріал цього розділу може допомогти вчителям математики в розбудові методичної системи формування умінь математичного моделювання в учнів, що є актуальним у контексті завдань Нової української школи.

У *третьому розділі* монографії «Творчість у математиці» ми прагнули показати математику як галузь особливого виду діяльності, для якого характерні: творчий пошук, захопливий процес, емоційне задоволення від знайденого результату. Розкриваємо ми ці аспекти за допомогою висловів відомих людей про математику, стислих повідомлень про наукову творчість видатних математиків у кожному історичному періоді розвитку математики. Особливе місце в цьому розділі ми виділяємо для представлення видатних українських математиків, які результатами своєї наукової творчості прославляли Україну. Окремо ми розглядаємо математичні відкриття українських науковців: від наукових відкриттів Михайла Остроградського до наукової творчості сучасної молоді української вченої-математика Марини В'язовської. Розкриваючи питання творчості у математиці, ділимося із вчителями математики власним баченням творчості у процесі розв'язування математичних задач. Завершується третій розділ монографії нашими рекомендаціями щодо створення творчого середовища в процесі навчання математики та характеристикою інструментарію діагностики розвитку творчого мислення учнів на уроках математики.

У *четвертому розділі* монографії «Презентація досліджень за тематикою творчості» ми пропонуємо вчителям математики та дослідникам проблеми

творчості у навчанні математики добірку анотацій книг, дисертацій та статей, яка дозволить спроектувати власну програму саморозвитку з питання формування творчих якостей особистості у процесі навчання.

Окремі параграфи цієї книги можуть бути корисними і для дослідників проблем методики навчання математики, оскільки містять авторський аналіз психолого-педагогічної літератури за окресленою тематикою та результати власних досліджень щодо методів, прийомів та засобів підвищення ефективності навчання математики в школі.

Ми не перебільшуємо значення викладених у монографії положень та рекомендацій, що стосуються питань взаємозв'язку творчості та математики. Усвідомлюємо, що проблема формування творчих якостей учня у процесі навчання має комплексний характер і може бути ефективно розв'язана спільними зусиллями науковців, вчителів різних навчальних предметів, керівників освіти. З огляду на широкий діапазон проблеми, ми не претендуємо на вичерпне її розкриття. Окремі тези нашого бачення проблеми та розв'язання її шкільними вчителями математики, можуть бути дискусійними, однак, якщо вони спонукали до роздумів, до заглиблення в проблему, то наша праця не була даремною.

Висловлюємо вдячність за кропітку роботу з рецензування цієї монографії Аллі Миколаївні Коломієць, доктору педагогічних наук, професору, проректору з наукової роботи Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, Вірі Андріївні Петрук, доктору педагогічних наук, професору кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету та Любов Федорівні Михайленко, доценту кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГІЯ ТВОРЧОСТІ

1.1. Творчість як механізм розвитку

Творчість людини часто розглядається дослідниками як одна з конкретних форм прояву механізму розвитку. До цього висновку психологи прийшли, зіставляючи процес розвитку здатності діяти «подумки» і процес розв'язування творчих завдань людьми, у яких ця здатність досягла певного розвитку. При розв'язуванні звичних завдань, людина з розвиненою здатністю діяти «подумки» реалізує вже готові логічні кроки, готові знання, при цьому вищий рівень її здатності однозначно підпорядковує функціонування всіх нижчих рівнів, так що цей процес виявляється непомітним. Однак, при розв'язуванні творчих завдань (які не можуть бути розв'язані з опорою лише на наявні знання) ситуація різко змінюється: неможливість звичної логічної послідовності дій відкидає процес мислення на нижчі структурні рівні, і розв'язування характеризується поступовим підйомом за рівнями, які являють собою трансформовані етапи розвитку. Ці етапи та рівні при успішному розв'язанні задачі виступають як шаблі творчих взаємодій. Елементи творчості властиві майже для будь-якої праці, вони мають величезне значення в навчанні та грі, тощо. На думку багатьох науковців включення в процес навчання наукової, технічної або художньої творчості, безсумнівно, зближує навчання і виховання підростаючого покоління з наукою, технікою, мистецтвом.

Характеристика стадій творчого процесу займала центральне місце у працях П. К. Енгельмейера (1910), згідно з яким процес роботи винахідника можна розглядати як послідовність: ідея, знання і вміння. Перша стадія (інтуїція, бажання) починається з інтуїтивної появи ідеї і закінчується з'ясуванням її сутності самим винахідником. З'являється гіпотетична ідея, ймовірний принцип винаходу, на рівні якого в науковій творчості з'являється

гіпотеза, а в художній творчості з'являється задум. Друга стадія (осмислення, вироблення схеми або плану) дає повне розуміння ідеї, усвідомлення необхідного і достатнього для її реалізації. Механізм цього акту полягає в проведенні дослідів як подумки, так і практично. Подальший процес уже не вимагає творчої роботи. Третя стадія (уміння, конструктивна реалізація ідеї) не вимагає творчості. Реалізацію ідеї на цій стадії, з повною впевненістю в успіху, можна доручити будь-якому досвідченому фахівцю. Підсумовуючи характеристики всіх трьох стадій, П. К. Енгельмейер пише: «Поки від винаходу є тільки ідея (I стадія), винаходу ще немає: разом зі схемою (II стадія) ідея перетворюється в уявлення, а III стадія дає йому реальне існування. На першій стадії винахід передбачається, на другій - обґрунтовується, на третій - здійснюється. В кінці першої стадії - це гіпотеза, в кінці другої стадії - уявлення; в кінці третьої стадії - явище. Перша стадія дає задум, друга - план, третя - реалізацію плану». Психологічною, на думку П. К. Енгельмейера, в повній мірі є лише перша стадія, тобто інтуїтивне виникнення задуму, гіпотези, поява нової ідеї. Говорячи про психологічну складову першої стадії, П. К. Енгельмейер висуває на перше місце проблему інтересу, пов'язуючи з нею всі специфічні здібності творчої особистості.

Ф. Ю. Левінсон-Лессінг [74], розглядаючи наукову творчість, вважав, що цей процес складається принаймні з трьох фаз: 1) накопичення фактів шляхом спостережень і експериментів, 2) виникнення ідеї в фантазії, 3) перевірки і розвитку ідеї.

У роботі П. М. Якобсона [183] (1934) процес творчої роботи винахідника розділяється на сім стадій: 1) період інтелектуальної готовності; 2) осмислення проблеми; 3) зародження ідеї - формулювання завдання; 4) пошук розв'язання; 5) отримання принципу винаходу; 6) перетворення принципу в схему; 7) технічне оформлення та розгортання винаходу.

Отже, класифікації складових творчості, запропоновані різними авторами, відрізняються одна від одної, але в своєму узагальненому вигляді складові творчості мають приблизно такий зміст:

Перша фаза (свідома робота) – *підготовка* – особливий діяльнісний стан, що є передумовою для інтуїтивного проблиску нової ідеї.

Друга фаза (несвідома робота) – *дозрівання* – несвідома робота над проблемою, інкубація направляючої ідеї.

Третя фаза (перехід несвідомого у свідомість) – *натхнення* – в результаті несвідомої роботи в сферу свідомості надходить ідея винаходу, відкриття, спочатку в гіпотетичному вигляді.

Четверта фаза (свідома робота) – розвиток ідеї, її остаточне *оформлення і перевірка*.

Перехід від першої фази до другої трактується як шлях сходження від фактів до гіпотези, від безпосередньо спостережуваного до абстрактного, від відомого до невідомого, від сприйняття до власне розумового аспекту розв'язання; як шлях, який веде до відкриття принципу, що зв'язує розрізнено представлені в проблемі факти в єдине ціле.

Перехід від другої фази до третьої розглядається зазвичай як дедукція, як сходження від абстрактного до конкретного, від гіпотези, яка розкриває поняття, що містять в собі принцип розв'язання, назад до фактів, тобто до практики.

У контексті цих найбільш загальних і основних фаз спостерігається певна послідовність етапів:

- *Усвідомлення проблеми*. В ході усвідомлення проблеми з'являється момент виникнення проблемної ситуації. Якщо завдання не задане в явному вигляді, його розуміння пов'язують з умінням «бачити проблему». Аналіз проблеми супроводжується зазвичай емоційною реакцією (подив, утруднення), яка потім характеризується як безпосередня причина, яка

змушує уважно розглянути ситуацію, що і призводить до розуміння наявних даних.

- *Осмислення й усвідомлення даних.* Знаходження спільного та відмінного для всіх розрізнених даних прояснює взаємозв'язки між ними. Розуміння наявних даних у контексті загальних теоретичних положень тієї галузі знання, до якої відносяться ці дані, визначає собою наступний етап – формулювання проблеми (питання).
- *Формулювання питання.* Деякі автори пов'язують цей момент зі спеціальним «умінням ставити питання». Постановка питання розуміється як етап, що містить загальне уявлення про можливе розв'язання і в першу чергу вибір напрямку, в якому треба шукати відповідь на поставлене запитання, ту «розумову платформу», точку зору, план, проект рішення, що спрямовує наступну діяльність. Таким чином, усвідомлення проблеми завершується постановкою питання.
- *Вироблення гіпотези.* Цей етап найчастіше кваліфікується як кульмінаційний момент розв'язання, як його центральна ланка, як своєрідний стрибок, тобто вирішальний перехід від того, що є зрозумілим, до того, що поки що є невідомим. Найбільше значення тут має вдале використання попереднього досвіду, залучення теоретичних положень, узагальнений зміст яких є вирішальним для виходу за межі набутих знань. Використання раніше придбаних знань в якості засобів вирішення нової ситуації, шляхом осмислення їх і перенесення в нові умови, дає можливість зіставлення, порівняння фактів, на основі чого будується здогад, гіпотеза (припущення, ідея, можливий принцип розв'язання тощо).
- *Перевірка гіпотези.* Це окремий етап вирішення проблеми, на якому початкова гіпотеза приймається як дієва ідея, як можливий, хоча ще й сумнівний спосіб вирішення проблеми. Застосування ідеї з'ясовує ситуацію, виявляє її проміжні ланки і ті приховані зв'язки, в яких

знаходяться факти ситуації. Якщо ж висунута гіпотеза не виправдовується, вона замінюється іншою. На цьому етапі підкреслюється особлива роль застосування відомих правил, всякого роду знань, за допомогою яких здійснюється аналіз і синтез вихідних даних. Особливе значення надається експерименту, від якого (розумовий, дієвий) залежить від виду завдання.

- *Формулювання рішення проблеми.* Нарешті одна з гіпотез перетворюється в принцип розв'язання, в робоче поняття, на якому зупиняється пошук. Знайдений принцип розв'язання поширюється послідовно на всі дані в проблемі факти, збираючи їх в єдине ціле, завдяки чому виникає можливість сформулювати остаточне розв'язання проблеми в строго логічній формі. Виробляється судження, яке фіксує розв'язання проблеми.
- *Перевірка рішення.* Завершальним етапом є логічне доведення істинності отриманого судження і перевірка розв'язання засобами практики. При сприятливих умовах вдало висунута гіпотеза перетворюється в обґрунтовану теорію.

В. М. Бехтерев [17] трактує творчу ситуацію як подразник. Власне, творчість є не що інше, як реакція на такий подразник. У своєму продуктивному вираженні вона виступає як результат остаточного вирішення цієї реакції або, що те ж саме, певної сукупності рефлексів. Дія подразника, що становить проблемну ситуацію, збуджує рефлекс зосередження. Цей рефлекс в свою чергу викликає сприятливий для діяльності міміко-соматичний рефлекс. В результаті забезпечується підйом енергії, пов'язаний з дією судинних двигунів і гормонів внутрішньої секреції, що збуджують мозкову діяльність. Зосередження утворює в мозковій діяльності домінанту. Остання повертає до себе збудження з усіх інших частин мозку. Навколо домінанти концентрується шляхом відтворення минулого досвіду весь запасний матеріал, який так чи інакше відноситься до подразника-проблеми. Разом з тим всі інші процеси

мозкової діяльності, що не мають прямого відношення до подразника-проблеми, загальмовуються. Таким чином, сама проблема на певний період діяльності стає предметом зосередження – домінантою. Відтворений під впливом такої домінанти матеріал піддається відповідному відбору, аналізується і синтезується на основі виробленого раніше відповідного досвіду.

Для будь-якої творчості, пише В. М. Бехтерев [17], необхідна та чи інша ступінь обдарованості та відповідне виховання, що сприяє утворенню навичок в роботі. Останнє розвиває схильність у напрямі виявлення природних обдарувань, завдяки чому виникає майже непереборне прагнення до творчої діяльності. Основу психологічного механізму творчої діяльності людини становить взаємозв'язок зовнішнього (предметного) і внутрішнього (модельного) планів дій.

Для вирішення творчого завдання раніше набутого досвіду недостатньо – це породжує потребу в новому знанні. В ході конкретної діяльності виникає інший досвід – неусвідомлений. Цей досвід іноді містить у собі ключ до вирішення творчого завдання. Неусвідомлений досвід проявляється у вдалий момент у вигляді неочікуваної «підказки», що веде до інтуїтивного розв'язання. Використовуючи «підказку», дослідник «підіймається сходами» структурних рівнів психологічного механізму інтелекту. Процес інтуїтивного пошуку не усвідомлюється. Спочатку усвідомлюється лише сам факт задоволення потреби. Тому інтуїтивне рішення і виступає як несподіване, як те, що назвали «інсайтом», «осянням» тощо. Інтуїтивне розв'язання завжди передує логічному. Цей феномен давно відомий психології творчості, хоча і залишався довгий час незрозумілим. Логічне рішення збуджується потребою передати інтуїтивно знайдене іншій людині, обґрунтувати, довести правомірність такого рішення, використовувати його для вирішення більш складних завдань тощо. Тут і виникає необхідність представити розв'язання проблеми, озвучити його, а іноді й формалізувати, інакше кажучи - оформити логічно.

Таким чином, розв'язання творчого завдання можна розглядати як дві основні фази: 1) фазу інтуїтивного пошуку та отримання інтуїтивного розв'язання; 2) фазу вербалізації та формалізації розв'язання.

Підсумовуючи зазначимо, що творчі здібності людини слід визнати найістотнішою складовою її інтелекту, а завдання їх розвитку – одним із найважливіших у педагогічній діяльності. Творчі здібності — продукт саморуху, самостійного розв'язування задач, самостійного розкриття закономірностей і зв'язків між предметами та явищами, продукт роботи мозку на шляху «... від відкриття істин, усім відомих, до відкриття істин, нікому не відомих» (К. Ціолковський).

Отже, творчість це продукт розвитку в навчанні, причому розвитку вільного.

1.2. Особливості творчого мислення та його розвиток у процесі занять з математики

На думку С. Рубінштейна [135], «мислення означає не що інше, як участь попереднього досвіду у вирішенні завдань. Це вносить творчий елемент в поведінку, створюючи різні комбінації досвіду, що в сутності є мисленням». Отже, мислення виникає як певний процес перетворення невідомого у відоме, засвоєне раніше. Мислення користується своїми інструментами: думкою або системою думок – міркуваннями. Психологи стверджують, що за допомогою цих інструментів мислення: а) встановлює зв'язок між відомим і невідомим; б) знаходить аналоги невідомому, створюючи новий образ, думку про нього, а якщо цього не вдається зробити, то робить відкриття того, чого ще не існувало; в) перетворює отриманий продукт: образ, думку, аналог із додатками нового – на словесну або іншого роду знакову систему або у формі предмета. Процес мислення «завершується», коли невідоме перетворюється на відоме, задача чи

проблема розв'язані. Отже, мислення – інструмент людини для пізнання предметів та явищ дійсності. Найістотніші якості мислення:

- ✓ *Самостійність мислення* – вміння ставити нові завдання й розв'язувати їх, не вдаючись до допомоги інших.
- ✓ *Гнучкість мислення* – вміння швидко змінювати власні дії при зміні ситуації, звільняючись від залежності закріплених у попередньому досвіді способів і прийомів розв'язування аналогічних завдань.
- ✓ *Глибина мислення* – вміння проникати в сутність складних питань, розкривати причини явищ, приховані за нашаруванням неістотних проявів, бачити проблему там, де її не помічають інші, передбачати можливі наслідки подій і процесів.
- ✓ *Широта мислення* – здатність охопити широке коло питань.
- ✓ *Послідовність мислення* – вміння дотримуватися логічної наступності при висловлюванні суджень, їх обґрунтуванні.
- ✓ *Швидкість мислення* – здатність швидко розібратися у складній ситуації, обдумати правильне рішення й прийняти його.
- ✓ *Критичність мислення* виявляється в здатності суб'єкта пізнавальної діяльності не потрапляти під вплив чужих думок, об'єктивно оцінювати позитивні та негативні явища чи факти.

В результаті досліджень психологів було встановлено, що творча діяльність людини забезпечується специфічними, особливими здібностями, які називають креативністю (здатність висувати неординарні та нестандартні ідеї, уникати традиційних схем, швидко розв'язувати проблемні ситуації). До компонентів креативності відносять дивергентне-творче (Дж. Гільфорд [1]), нешаблонне (Е де Боно [180]) мислення. Мотиваційно креативність забезпечується емоцією здивування (Г.Фромм) та глибоко розвинутою пізнавальною активністю. Дивергентне мислення має певні особливості, воно спрямоване на пошук нез'ясованого, виходить за межі існуючих стандартів, шукає незнаних шляхів, намагається з нових позицій розглянути відоме та

усталене. За Дж. Гільфордом [1, 2], творче мислення характеризується такими особливостями як:

- ✓ гнучкість – здатність до швидкого переключення з однієї проблеми на іншу;
- ✓ оригінальність – своєрідність мислення, незвичність підходу до проблеми;
- ✓ точність – вибір адекватного рішення, відповідного до поставленої мети.

Часто виокремлюють продуктивне, творче та евристичне мислення. Продуктивне мислення – це відкриття нових для суб'єкта зв'язків та закономірностей в процесі розв'язання проблемної ситуації. Творче мислення – це відкриття принципово нового. Евристичне мислення пов'язано з відкриттям нових для суб'єкта зв'язків і закономірностей в процесі евристичного пошуку ідеї розв'язання проблемної задачі.

Вперше стадії творчого процесу при розв'язуванні математичних задач описав відомий математик А. Пуанкаре [129]. Під час своєї доповіді в Психологічному суспільстві в Парижі (1908 р.), розповідаючи про зроблені математичні відкриття, він описав стадії роботи над цими відкриттями:

1 стадія – ставиться задача і на протязі деякого часу здійснюються спроби вирішити її.

2 стадія – більш чи менш тривалий період, під час якого людина не думає про так і не розв'язану задачу, відволікається від неї. В цей час, як міркував Пуанкаре, відбувається несвідома робота над задачею.

3 стадія – несподівано, без явних ознак роздумів про задачу, у випадковій ситуації, що не має до задачі ніякого відношення, в свідомості виникає ключ до розв'язання.

4 стадія – коли ключова для розв'язання ідея вже відома, відбувається завершення розв'язання, його перевірка, обґрунтування.

А. Пуанкаре [129] розглядає творчий процес, на прикладі математичної творчості, як послідовність двох етапів: 1) комбінування часток – елементів

знання; 2) відбір корисних комбінацій. При цьому вчений відмічає, що початкова свідома робота над задачею актуалізує ті елементи майбутніх комбінацій, які мають відношення до даної задачі. Потім, якщо задача не вирішується одразу, настає період несвідомої роботи над задачею. В той час, як свідомість зайнята зовсім іншими речами, у підсвідомості продовжують створюватися найрізноманітніші комбінації. У свідомість потрапляють лише ті з них, які математично найбільш привабливі. Тобто, відбір корисних комбінацій відбувається повністю на несвідомому рівні. Пізніше багатьма психологами виділялись ці стадії, як стадії творчого процесу або творчого мислення. Найбільш відоме на сьогодні описання послідовності стадій творчого мислення належить Грему Уоллесу (1926 р.) [164]:

1. Підготовка – формулювання задачі; спроби її розв'язання.
2. Інкубація – тимчасове відвернення від задачі.
3. Осаяння – поява інтуїтивного розв'язання.
4. Перевірка – випробування і/або реалізація рішення.

Як ми бачимо, стадії, описані Уоллесом, повністю відповідають стадіям, описаним А. Пуанкаре [130]. Творче мислення, як і логічне, має властиві саме йому елементи. Так, І. Я. Лернер, спираючись на проведенні дослідження, виділив наступні елементи творчого мислення: самостійність перенесення знань в нову ситуацію; бачення нових проблем в стандартних умовах; уміння бачити нові функції знайомого об'єкту; бачення структури об'єкту; уміння бачити альтернативу рішення; уміння комбінувати раніше відомі способи вирішення проблеми в новий спосіб; уміння створювати оригінальний спосіб рішення при популярності інших. Таким чином, творчому мисленню властиві перенесення, гнучкість, оригінальність. Перенесення – це здатність застосувати навичку, придбану при рішенні однієї життєвої задачі до рішення іншої, тобто уміння відокремити те, що властиво тільки цій проблемі, від того загального, що може бути перенесено в інші області. Це, по суті, здатність до знаходження аналогій до вироблення узагальнюючих стратегій, які можуть бути застосовані

при рішенні широкого кола проблем. Для прояву гнучкості мислення є характерним уміння доцільно варіювати способи вирішення пізнавальної проблеми, легкість переходу від одного шляху вирішення проблеми до іншого; уміння виходити за межі звичного способу дії, знаходити нові способи рішення проблем при зміні умов, що задаються; уміння перебудовувати систему засвоєних знань у міру опанування нових знань і накопичення досвіду. Таким чином, гнучкість мислення виявляється в швидкості орієнтування в нових умовах, в умінні бачити нове у відомому, виділяти істотне, що виступає в прихованій формі.

Цікаво відмітити, що А. Ейнштейн вказував на гнучкість мислення як на характерну рису творчості. Оригінальність мислення в шкільному навчанні математики, як правило, виступає в незвичності способів розв'язування відомих учням завдань. Оригінальність мислення, найчастіше, проявляється як наслідок глибини мислення. Глибина мислення характеризується умінням проникати в сутність кожного з фактів, що вивчаються, в їх взаємозв'язок з іншими фактами; виявляти специфічні, приховані особливості в матеріалі (в умові завдання, способі його рішення, результаті), що вивчається; умінням конструювати моделі конкретних ситуацій. Глибину мислення нерідко називають умінням виділяти істотне. Таким чином, глибина мислення проявляється передусім в умінні відокремити головне від другорядного, виявити логічну структуру міркування, відокремити те, що строго доведене, від того, що прийнято «на віру», вибрати з математичного тексту головне з того, що в ньому сказано (і не більше того).

Аналіз педагогічних та психологічних досліджень показав, що творчому мисленню заважають наступні фактори:

- конформізм – згода з усім, що повідомляється, некритичне прийняття чужої думки;
- зовнішня та внутрішня цензура;
- ригідність – передача шаблонів, алгоритмів у розв'язанні задач;

- бажання знайти відповідь якнайшвидше.

Мислення є основою механізму творчості, який виявляється тільки в діях. Однак, як у психології так і в педагогіці ще далеко не все відомо про механізми творчості. Творчий процес важко передбачуваний у кожному конкретному прояві, і чим більше він творчий, тим менше зрозумілим стає характер його протікання. Зокрема, творчий процес характеризується індивідуальними особливостями мислення.

Необхідність формування особистості, яка володіє здатністю до творчого мислення, здібностями вирішувати нестандартні завдання, є нині актуальним замовленням суспільства. Формування та розвиток творчого мислення має бути одним із актуальних завдань навчання математики як у школі, так і в закладах вищої освіти. Розвиток мислення взагалі, і творчого мислення зокрема, залежить від змісту й організації навчання математики. У психологічній і педагогічній літературі на перше місце ставиться не об'єктивна, а суб'єктивна новизна творчого продукту. Вчитель або викладач математики має усвідомлювати, що в процесі засвоєння певного математичного матеріалу учень або студент здійснює велику кількість відкриттів для себе. Це умови формування творчого мислення. Одним із способів удосконалення навчання математики може бути активізація цих умов. Варто прагнути перетворити монотонний процес навчання математики у певне привабливе дослідження, забезпечити можливість глибоко пізнавати невідоме і можливість мислити творчо (гнучко, оригінально, точно...). Важливо, щоб прийоми, методи та засоби формування творчого мислення у процесі навчання математики поступово урізноманітнювались і ставали складнішими, щоб зростала питома вага активних розумових дій, тобто таких, які виконуються у внутрішньому плані, без явного зовнішнього впливу.

З іншого боку, творче мислення є однією із важливих умов успішного навчання математиці.

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИКА У ТВОРЧОСТІ

◆.....◆

Математика — одна із найдавніших наук, яка сягає своїм корінням в доісторичні часи. Разом із тим, це наука вічно молода, яка живиться і розвивається від постійного притоку нових задач, які пропонує їй саме життя. Сьогодні особливо відчутне проникнення математики в найрізноманітніші сфери науки і практичної діяльності людини, причому не лише природничо-технічні та економічні (фізика, енергетика, електроніка, біологія, екологія, медицина, економіка та ін.), а й гуманітарні (філософія, лінгвістика, історія, соціологія, теорія ігор та ін.). Сфера дії сучасної математики воістину неосяжна. Математика стає універсальною мовою й універсальним інструментом науки, мистецтва...

2.1. Вислови відомих людей

- Математика – це різновид мистецтва. (*Н. Вінер, американський вчений, видатний математики і філософ*).
- * * *
- Дедалі мистецтво стає науковим, а наука – художньою; розлучившись біля підніжжя, вони зустрінуться коли-небудь на вершині (*Г. Флобер, французький прозаїк-реаліст*).
- * * *
- Краса – тісно пов’язана із симетрією (*Г. Вейль, німецький математик і фізик*).
- * * *
- Число живе в мистецтві (*А. Аврелій, християнський теолог і церковний діяч*).

* * *

- Музика – це прихована арифметична вправа душі, що не вміє себе обчислювати (*Г. Лейбніц, німецький математик, фізик*).

* * *

- У музиці чимало подібного до алгебри (*Новалис, Фрідріх фон Гарденберг, німецький письменник, поет*).

* * *

- Натхнення потрібне в поезії, як і в геометрії (*О. С. Пушкін, письменник*).

* * *

- Музична форма математична хоча б тому, що вона ідеальна (*І. Ф. Стравінський, композитор і диригент*).

* * *

- Ні один живописець не може писати, не знаючи геометрії (*Леон-Баттіста Альберті, італійський архітектор, вчений, письменник і музикант епохи Відродження*).

* * *

- Живопис приходив до математики через учіння про перспективу і через оптику, скульптура – через учіння про пропорції, архітектура – через учення про масу і вагу тіл і через те ж учіння пропорції. Мистецтво ставало наукою. Ніхто не почував цього так ясно і сильно, як Леонардо да Вінчі, і не дарма в його творчості мистецтво й наука стали двома сторонами одного й того самого, чимось неподільним» (*О. К. Дживелегов, російський історик і політичний діяч*).

* * *

- У мене завжди викликав жвавий інтерес той дивний факт, що в ученні про звук – у фізичній і технічній основі музики, яка за допомогою короткочасної швидкоплинної дії викликає в нашій душі такі незрозумілі настрої, що не піддаються описові, – виявилась такою корисною математика – наука найстрогішого і чистого мислення (*Герман фон Гельмгольц, німецький фізик, лікар*).

* * *

- Винайдений Моцартом спосіб компонувати мелодію за допомогою гри в кості над спеціальною таблицею, яка визначає вибір наступного такту створюваної п'єси, свідчить про те, що великі композитори чітко усвідомлювали роль випадковості в загальній побудові музичного повідомлення (*А. Моль, французький фізик*).

* * *

- Чи не може музика бути описаною як математика почуттів, а математика як музика розуму? Так, наприклад, музикант відчуває музику, математик розуміє музику, - музика це мрія, математика – ділове життя – кожна повинна дістати своє завершення від другої, коли людський розум, піднесений до досконалого зразка, сягтиме далі, уславлений у якомусь майбутньому Моцартом – Діріхле чи Бетховеном – Гауссом – такий союз виразно виявляється в генії і працях Гельмгольца! (*Дж. Сильвестр, англійський математик*).

* * *

- ...Ми в музиці не рахуємо далі п'яти, подібно до народів, які в арифметиці не пішли далі трьох... Всі наші інтервали – це відношення, складені з відношень між двома числами 1, 2, 3, 5... Музика – це прихована математична вправа душі, яка не вміє рахувати... (*Г. Лейбніц, математик*).

* * *

- Архітектура – це скам'яніла математика (*О. Шпенглер, німецький філософ, культуролог*).

* * *

- Подібно до того як всі мистецтва тяжіють до музики, всі науки прагнуть до математики (*Д. Сантаяна, філософ і письменник*).

* * *

- ... Відносини математики та живопису особливо близькі, бо ці види діяльності часто використовують один і той же об'єкт дослідження. Більш того, так само, як математика може бути використана для аналізу живопису, остання в свою чергу (малювання, креслення, зокрема) очевидно корисна в математичних дослідженнях, причому далеко не тільки в геометрії. Математику і живопис в зв'язку з цим можна розглядати просто як два різних, взаємодоповнюючих способи візуалізації конкретної або абстрактної реальності, в якій ми існуємо (*Олександр Жуков, політик*).

* * *

- Мені хочеться, щоб живописець був якомога більше обізнаний у всіх вільних мистецтвах, але перш за все я бажаю, щоб він дізнався математику (*Леон Батіста Альберті, італійський архітектор, вчений, письменник і музикант епохи Відродження*).

* * *

- Вправляйтесь безперервно: потрібно набивати собі руку на ремеслі. Мистецтво не що інше, як почуття. Але без знання об'ємів, пропорцій, кольору, та без вправної кисті всяке живе почуття буде паралізованим... Більше терпіння! Не сподівайтесь на натхнення! Натхнення взагалі не існує... виконуйте вашу роботу як чесні трудівники (*Огюст Роден, великий французький скульптор*).

* * *

- Хороша музика, - «дар божественних звуків», - вона будується зі суворим дотриманням форми. У фугах Баха, як в алгоритмі, як у формулі, є строга послідовність. У цій строгості - джерело їх вражаючої сили. Так само у строгій послідовності математичних об'єктів є своя внутрішня музика, своя краса - жар холодних формул. Але так само, як для розуміння структури музики потрібна музична культура, так і переживання краси математики потребує культури математичної (*Олександр Олександров, український учений-патофізіолог*).

* * *

- Мені здається, що поет має бачити те, чого не бачать інші, бачити глибше, ніж інші. Це саме повинен і математик (*Софія Ковалевська, математики, письменниця і публіцистка*).

* * *

- У математиці так само, як і в музиці, малярстві або поезії. Будь-хто може стати юристом, лікарем чи хіміком і досягти в обраній галузі успіху, якщо він тямущий і працьовитий, але стати художником чи музикантом, чи математиком може не кожен: звичайна тямущість і працьовитість, самі по собі, нічого тут не важать (*Август Мебіус, німецький геометр і астроном*).

* * *

- Математика і поезія – це ...вираз тієї самої сили уяви, тільки в першому разі уява звернена до голови, а в другому – до серця (*Т. Хілл, американський художник*).

* * *

- Не існує методів, оволодівши якими можна було б створювати великі твори в галузі музики, поезії чи образотворчого мистецтва, методів, яких можна було б навчати і якими можна було б навчитися користуватися. Однак є метод, що дає змогу відкривати закономірності в природі; цей метод можна вивчити, ним можна оволодіти. Метод, про який іде мова, - спостереження, експеримент і математичний опис – спорадично застосовувався вже протягом тисячоліть. Та лише завдяки Галілею, Кеплеру і Ньютону він став великим, доступним для всіх шляхом пізнання природи (*В. Фукс, британський полярний дослідник*).

* * *

- Математика є прообраз краси світу (*Йоганн Кеплер, німецький філософ математик, астроном, астролог і оптик*).

2.2. Математика та мистецтво

Математика та мистецтво пов'язані між собою. Математику описували як мистецтво, мотивоване красою. Математику можна застосовувати в таких видах мистецтва, як література, музика, архітектура, скульптура, малярство та текстиль. Такі учені-математики, як Софія Ковалевська, Льюїс Керолл та Джеймс Сільвестр звертали особливу увагу на мистецтво. Відомі митці Леонардо да Вінчі і Моріц Ешер часто користувалися у своїх роботах геометричними розрахунками. Леонардо да Вінчі використовував елементи геометрії в образотворчому мистецтві. Він розробив математичні закони передачі об'ємності реальних об'єктів на площину та підходив до живопису з позицій строгих геометричних вимог, підкреслюючи, що гармонія спирається на пропорцію, міру та число.

Досить широко в образотворчому мистецтві першої половини ХХ століття використовували таку модерністську течію як кубізм. Слово «кубісти» вперше вжив у 1908 році французький критик Л. Восель як глузливе прізвисько художників, які зображують предметний світ у вигляді комбінацій геометричних фігур (куба, кулі, циліндра, конуса). Великому художнику Сезану належать слова: «Усе в природі сферичне та циліндричне» [187].

А чи знаєте Ви, що...

- ✓ Орігамі - мистецтво складання паперу, метою якого є створення витворів шляхом використання схеми геометричних згинів і складок. Цей японський вид мистецтва було математично обґрунтовано Томоко Фузе – дизайнером моделей орігамі. Для цього використовувались модулі, конгруентні шматочки паперу у формі квадратів. У 1893 році Т. Сандара використав орігамі у своїй праці «Geometric Exercises in Paper Folding» для демонстрації геометричних доведень.
- ✓ Математика має тісний зв'язок із образотворчим мистецтвом через надання інструментів для митців, наприклад, правила лінійної перспективи, які описано англійським математиком Бруком Тейлором та німецьким

математиком Йоганном Ламбертом. Методи нарисної геометрії, які зараз застосовуються у комп'ютерному програмуванні, беруть свій початок у роботах німецького математика та теоретика мистецтва Альбрехта Дюрера. Окрім видатних образотворчих робіт А. Дюрер залишив низку значних праць з питань теорії живопису: трактати «Керівництво до вимірювання» (1525) та «Чотири книги про пропорції» (1528), фрагменти незакінченої праці «Книга про живопис». Також збереглися праця «Настанови до укріплення міст, замків і фортець», присвячена темі фортифікацій, та інші начерки. Французький математик Гаспар Монж також займався розділом математики, як «нарисна геометрія», яка став однією з основних розділів у системі технічної підготовки інженерів.

✓ Відомий скульптор 20-го ст. Генрі Спенсер Мур писав про свою скульптуру 1938 року «Струнна мати з дитям»: «Без сумніву, джерелом моїх струнних фігур був Науковий Музей ... Я був захоплений побаченими в ньому математичними моделями ... Мене захоплювало не наукове вивчення цих моделей, а здатність подивитись крізь решітку як пташину клітку і побачити іншу форму всередині» [187].

✓ Відомий нідерландський художник-графік М. К. Ешер займався концептуальними літографіями, гравюрами на дереві й металі, в яких він майстерно досліджував пластичні аспекти понять нескінченності і симетрії, а також особливості психологічного сприйняття складних тривимірних об'єктів. У «Скетчі Альгамбри» М. К. Ешер показав, що мистецтво може бути створене через використання правильних багатокутників, таких як трикутники, квадрати та шестикутники. М. К. Ешер використовував неправильні багатокутники, коли ділив площину, та часто використовував осьову симетрію та паралельне перенесення для отримання додаткових орнаментів. Відома робота Ешера «Підйом та спуск» («Ascending and Descending») або «Сходження і сходження» заснована на «неможливому трикутнику» медика-вченого Лайонела Пенроуза та його сина-математика

Роджера. М. К. Ешер особливо цікавився 5-ма многогранниками, які часто присутні в його роботах. Платонові тіла — тетраедри, куби, октаедри, додекаедри та ікосаедри — особливо присутні у «Порядку та хаосу» («Order and Chaos») та «Чотирьох правильних тілах» («Four Regular Solids»).

✓ Британський скульптор Джон Робінсон (1935—2007) був захоплений математикою топології та створив такі роботи як «Гордіїв вузол» і «Стрічки дружби», продемонструвавши теорію вузлів у полірованій бронзі. Він брав участь у проектуванні виставки 13 скульптур в натуральну величину на популярному гастрольному заході з математики в університеті Лідса в 1989. Інші роботи Робінсона досліджують топологію торів - геометричних тіл, що утворюються обертанням кола навколо осі, котрі лежать у одній площині з колом, але не перетинають його. Форма тора зовні нагадує бублик.

✓ Американська ткаля Ада Дітц 1949 року написала монографію «Algebraic Expressions in Handwoven Textiles» (Алгебраїчні вирази текстилю ручної роботи), визначила ткацькі орнаменти на основі розширення багатовимірного многочлену.

✓ Дивний атрактор Лоренца та гіперболічна площина, створювались за допомогою «ниткових» мистецтв, напр. в'язання. Атрактор, демонструє хаотичну поведінку і є розв'язком системи трьох нелінійних диференціальних рівнянь, вперше записаних в 1963 році при розгляді конвекційного руху в однорідному шарі рідини, що підігрівається знизу. Рівняння Лоренца також описують конвекцію в кільцевій трубці та поведінку одномодового лазера. Варто зазначити, терміни хаос та дивний атрактор не вживалися в оригінальній роботі Лоренца, натомість йшлося про аперіодичні рухи.

✓ Математик Дж. Міллер для розробки гобеленів, які зображують і дерева і абстрактні орнаменти з трикутників «Математичні в'язальники» (англ. *mathekniticians*) використав клітинний автомат «Правило 90».

✓ Пет Ашфорт та Стів Пламмер використовували гексафлексагони - в'язані версії математичних об'єктів. Наприклад створена ними губка Менгера

виявилась занадто складною для в'язання і була виконана з пластику. Їх проект «матганів» (афганських пледів для шкіл) ввів плетіння до британської шкільної програми з математики та технології.

✓ Іспанський художник та скульптор Пабло Паласуело фокусувався на дослідженні форми та розробив стиль, який описував «геометрію життя» та «геометрію всієї природи». Використовуючи цей стиль з простих геометричних форм з детальними патернами та забарвленням, наприклад як у роботах «Angular I» та «Automnes», Пабло Паласуело висловлював себе у геометричних трансформаціях.

✓ Давньогрецький філософ Піфагор встановив зв'язок між музикою і математикою. Він відкрив математичні співвідношення між окремими звуками, і те, що математика і музика мають спільні точки дотику, а саме: варіації (у музиці – видозмінювання ритму і гармонії, в математиці число можна подати у вигляді звичайного або десяткового або мішаного дроби), паралелі (у музиці – це нотний стан, струни музичних інструментів, у математиці – паралельні прямі, паралельні площини), ритм (ритм у музиці – це чергування і співвідношення довгих і коротких долей і акцентів у музичному творі. Графічне зображення ритмів серця (кардіограма) є прикладом ритму у математиці, а також протилежності (в музиці: повільний – швидкий, гучний – тихий, багатоголосся – одноголосся, в математиці: від'ємне число – додатне число, додавання – віднімання, парне число – непарне число).

✓ У епоху Відродження художниками був відкритий так званий «золотий переріз» картини. Художники помітили, що будь-яка картина має певні точки, які мимоволі приковують нашу увагу, так звані зорові центри. Це явище можна спостерігати на прикладах картин «Бояриня Морозова» В. І. Сурикова і «Мона Ліза Джоконда» Леонардо да Вінчі, «Одруження Святої діви» Рафаель, «Повернення блудного сина» Рембрант, «Біля вікна» К. Васильєв. Леонардо да Вінчі використовує «золоті трикутники», що є частинами правильного зірчастого п'ятикутника.

2.2.1. Математика та література

Знання з математики потрібні не тільки при будівництві, але і при створенні літературно-художніх творів. Не дарма О. С. Пушкін казав: «Натхнення потрібно в геометрії не менше, аніж в поезії».

Грамотне використання математичних фактів робить художній твір достовірним і реальним. Варто згадати нині, що літературним творам теж притаманні математичні закони: окремі сюжети письменники навіть будують з урахуванням певних математичних закономірностей або теорем. Так виникають нові оригінальні літературні твори. Автори творів, використовуючи математичні дані, дають можливість читачеві самому по розмірковувати над поставленим завданням. Математику і літературу можна вважати протилежностями, які доповнюють один одного. Це дві грані одного і того ж процесу – творчості.

А чи знаєте Ви, що...

✓ Німецький поет XIX ст.. Адельберт фон Шаміссо присвятив теоремі Піфагора сонет:

«Як істину відкрив – сіять їй вічно,
Вона нам найнадійніша опора:
Так в древній теоремі Піфагора
Й донині бездоганно все й логічно
Богам дарунок щедрий був й незвичний
За те, що осяйнуло його вчора:
Чекало сто биків розправа скоро, -
В віках луна їх рев жертвоний звично»

✓ У творі Гете «Фауст» описано ситуацію, де відьма готує омолоджуюче зілля й одночасно читає закляття. Слова, що промовляє відьма, видаються повним абсурдом:

З одиниці робиш десять,

Пропускаєш два,
А також три.
Закреслюєш чотири.
З п'ять і шість
Робиш сім і вісім (і навпаки).
Квадрат готовий.

Проте, відповідно до поданих рекомендацій, можна побудувати «магічний квадрат» - символ нового життя Фауста, який складається з перших 9-ти натуральних чисел.

✓ О. С. Пушкін у своїй творчості часто використовує вірші з кількістю рядків, яка наближається до послідовності чисел Фібоначчі. Найвидатніші шедеври, які складаються з 8 рядків: «Я Вас любил», «Покоя серце просит», «Пора мой друг, пора!». Дослідники творчості поета вважають, що кількість рядків у багатьох віршах О. С. Пушкіна, що відповідає числам Фібоначчі – це закономірність творчого сприйняття поета, інтуїтивне відчуття гармонії.

✓ Наприклад, багато задач можна подати у віршованій формі. Візьмемо, для прикладу О. С. Пушкіна «Скупой рыцарь»:

«...читал я где-то,
Что царь однажды воинам своим
Велел снести земли по горсти в кучу.
И гордый холм возвысился, - и царь
Мог с вышины с весельем озирать:
И дол, покрытый белыми шатрами,
И море, где бежали корабли...»

Це могло б бути задачею: чисельність війська 100 000 чоловік, в пригорщі – $0,2 \text{ дм}^3$, кут при основі пагорба 45^0 . Знайти об'єм конуса і висоту.

✓ Видатний німецький поет Гете у своїх творах використовував приховану математичну закономірність - пентаграму, що мала захистити Фауста від викликаного ним демона.

✓ У назві роману Л. М. Толстого «Війна і мир» можна розпізнати закодований закон «золотого перерізу», який побудований на перших чотирьох членах ряду Фібоначчі 1, 2, 3, 5. Також письменник вводить терміни «диференціал історії» - що означає неподільний елемент свого роду, «математичний атом», розглядаючи при цьому історичні події з математичної точки зору [31].

✓ Оповідання Л. М. Толстого «Скільки Землі людині треба», проаналізував з точки зору геометрії відомий популяризатор науки Я. Перельман.

«А ціна ж яка (землі – А. В.) буде? – говорить Пахом

- Ціна ж у нас одна: 1000 крб. за день – відповів старшина.

Не зрозумів Пахом.

- Яка ж це міра – день? Скільки в ній десятин буде?

- Ми цього – каже, – не вміємо рахувати. А ми за день продаємо: скільки обійдеш за день, те і твоє, а ціна 1000 крб.

Здивувався Пахом

- Так це ж, - каже, - за день землі багато буде.

Засміявся старшина.

- Вся твоя тільки одна умова, якщо назад не повернешся в день до того ж місця, з якого вийдеш, пропали твої гроші».

Ледь почало світати, Пахом відправився в дорогу. А звідки він почав йти, там старшина поклав свою лисячу шапку, а в ній – Пахомова тисяча. ... прибіг Пахом до шапки з останніми променями Сонця, що заходило, і впав бездиханний...

Скільки ж землі відміряв Пахом за день невтинного ходу?

В оповіданні містяться всі вихідні дані для обчислення. З умови відомо, що Пахом біг по сторонам чотирикутника. Про першу сторону сказано: «Верст п'ять пройшов... Пройду ще верств з п'яток; тоді вліво звертати». Отже, якщо довжина першої сторони чотирикутника біля 10 верст, то про довжину другої сторони даних немає. Відомо, що 1 верста = 1066,8 м. Довжина третьої сторони

відома з оповідання: «По третій стороні верст дві пройшов...». Відома і четверта сторона: «До місця все тих самих верст 15».

Знаходячи площу утвореної фігури – трапеції і отримуємо, що Пахом оббіг ділянку площею 78 кв. верст ≈ 8000 десятин, тобто 1 десятина коштувала б йому $12\frac{1}{2}$ коп.

✓ Російський поет А. Чернов, перекладач давньоруського твору «Слово о полку Ігевім» довів, що побудова цього твору підпорядковується математичним законам. Поет зробив наступне відкриття: срібний переріз (у математиці) – це відношення цілого відрізка до меншого, як довжина кола до його діаметру, тобто π , а срібний переріз (у літературі) – переріз рівний діаметру тексту (наприклад, якщо число віршів у всіх трьох частинах твору «Слово о полку Ігоревім» (їх 804) розділити на число віршів у першій і останній частинах (256), то одержимо 3,14, тобто число π з точністю до третього знаку).

✓ Джонатан Свіфт у епізодах «Мандрі Гулівера» з математичною точністю змальовує співвідношення фізичного зросту Гулівера до зросту ліліпутів і велетнів. Автор науково, але з конкретністю художника обчислював різницю в масштабах життєвих потреб ліліпутів і велетнів відповідно до їх диспропорційності: порції для приготування їжі, виготовлення ліжка, у скільки разів Гулівер з'їдав за обідом більше, ніж ліліпут?, у скільки разів Гуліверу потрібно більше сукна на костюм, ніж ліліпуту?, скільки важило яблуко в країні велетнів?. Автор «Подорожі» впорався з цими завданнями в більшості випадків цілком успішно. Він правильно розрахував, що раз ліліпут зростом менше Гулівера в 12 разів, то обсяг його тіла менше в $12 \times 12 \times 12$, тобто в 1728 разів. Отже, для насичення тіла Гулівера потрібно в 1728 разів більше їжі, ніж для ліліпута. Вірно розрахував Свіфт і кількість матеріалу на костюм Гуліверу. Поверхня його тіла більше, ніж у ліліпута, в $12 \times 12 = 144$ рази; в стільки ж разів потрібно йому більше матеріалу.

Дж. Свіфт поклав в основу порівняння зросту ліліпутів і Гулівера просте лінійне співвідношення 1:12, тобто на співвідношення дюйма і англійського

фунта. «Королева країни велетнів зняла із свого мізинця золотий перстень, милостиво подарувала ліліпуту і навіть наділа його, як намисто». Підрахунки показують, що Свіфт не помилково використав таке порівняння, діаметр перстня – 56 см, а його маса – 9 кг.

✓ У творах французького письменника Жуль Верна зустрічаються математичні факти. Наприклад, у романі «Таємний острів» автор описав застосування теореми про подібні трикутники для визначення висоти плато Кругозора над рівнем моря.

✓ У творі Н. Анчаров «Самшитовий ліс» і О. Казанцева у романі «Вістря шпаги» героєм роману виступає основоположник теорії ймовірності П. Ферма і його знаменита теорема.

✓ А. Дюма – автор відомого роману «Три мушкетери» описує гру в кості і той щасливий випадок, що очікував на Д'Артаньяна. Кидаючи кубики, мав виграти той, хто набере більше очок.

✓ Відомий аргентинський письменник Х. Л. Борхес в оповіданні «Жахливі дзеркала» використовував математичні міркування коли писав: «Тем, кто отвергает Слово, ... тем обещаю я дивный Ад. Ибо каждый из них будет царствовать над 999 царствами огня, и в каждом царстве 999 огненных игор, и на каждой горе 999 огненных башен, и в каждой башне 999 огненных покоев, и в каждом покое 999 огненных лож, и на каждом ложе будет возлежать он, и 999 огненных фигур (с его лицом и его голосом)...».

✓ С. Васильченко в оповіданні «Мужицька арифметика» навів задачу, яка викликала емоційну реакцію у селян, які її слухали: «Крестьянин обязался перевезти из города 50 ламп с тем условием, чтобы за каждую доставленную лампу платили ему по 5 коп., а за каждую разбитую высчитывали с него по 1 рублю 20 коп. при перевозке 3 лампы разбились. Сколько заработал крестьянин за перевозку ламп?».

✓ А. Чехов у оповіданні «Репетитор» з тонким гумором описав, як гімназист-семикласник Єгор Зіберов займався репетиторством з хлопчиком

Петром Удодовим. «Купець купив 138 аршинів (1 аршин = 71,12 см) чорного і синього сукна за 450 крб. Запитається, скільки аршинів купив він того й іншого сукна, якщо синє коштувало 5 крб. за аршин, а чорне – 3 крб?».

Для того, щоб знайти відповідь, як намагався розв'язати задачу на рахівниці батько Петі, потрібно прочитати дане оповідання. Дану задачу можна розв'язати різними способами: алгебраїчним способом, арифметичним способом (використовуючи метод припущення).

✓ Польські фізики з Краківської політехніки, проаналізувавши довжину речень у 113 великих творах світової літератури написаних такими авторами як Оноре де Бальзак, Вільям Шекспір, Вірджинія Вулф, Томас Манн, Умберто Еко, Федір Достоевський, Генрик Сенкевич, Джон Толкін, Хуліо Кортасар), виявили в них фігуру, малі частини якої при довільному збільшенні є подібними до неї самої. Ці фігури – самоподібні навіть на множинних рівнях. Всі досліджені твори демонструють самоподібності в послідовності та довжині речень, тобто є прикладом використання в літературі фрактальної геометрії.

✓ Автор казки «Пригоди Аліси в країні чудес» Льюїс Керрол, є більш відомим як математик Чарльз Л. Доджсон, який написав математичні праці: «Відомості з теорії детермінантів», «Евклід», «Математичні курйози».

✓ Видатний грузинський поет Шота Руставелі в основу побудови поеми «Витязь в тигровій шкурі» поклав симетрію і золотий переріз. З 1587 строф поеми більше половини (863) побудовані за пропорцією золотого перерізу.

✓ Оповідання російського письменника Івана Сергійовича Тургенєва «Муму» написаний в 1852 році. За даними дослідників, в основі твору лежать реальні події, що відбувалися в московському будинку матері письменника Варвари Петрівни Тургенєва. В цьому оповіданні можна знайти такі стрічки: «...з числа всій її челяді самим чудовою особою був двірник Герасим, чоловік дванадцяти вершків зростання, складений богатирем і глухонімиий від народження...». Завдання: яким насправді був зріст Герасима.

Розв'язання:

Знаючи співвідношення між давньоруськими мірами довжини і сучасними можна обчислити зріст Герасима:

$$1 \text{ аршин} = 4 \text{ четвертям} = 16 \text{ вершкам}$$

$$1 \text{ аршин} = 71,12 \text{ см,}$$

$$1 \text{ чверть} = 17,78 \text{ см,}$$

$$1 \text{ вершок} = 4,5 \text{ см,}$$

$$1 \text{ сажень} = 216 \text{ см.}$$

Маємо : $12 * 4,5 \text{ см} = 54 \text{ см}$. Зріст немовляти в середньому становить 51 – 53 см. Який же Герасим тоді богатир? Але раніше вказували лише число вершків яких він перевищував два аршини. Проведемо повторне обчислення.

$$1) 2 * 72 \text{ см} = 144 \text{ см (2 аршини)}$$

$$2) 144 + 54 = 198 \text{ см (2 аршини і 12 вершків).}$$

Відповідь. Зріст Герасима 1 м 98 см – високий був чоловік.

✓ Байку видатного українського письменника та поета Леоніда Глібова «Лебідь, щука і рак» можна пояснити з точки зору математики:

Колись-то Лебідь, Рак та Щука

приставить хуру² узялись.

От троє разом запряглись,

смикнули — катма³ ходу...

Що за морока⁴? Що робить?

А й невелика, бачся, штука, —

так Лебідь рветься підлетіть,

Рак упирається, а Щука тягне в воду.

Хто винен з них, хто ні — судить не нам,

та тільки хура й досі там.

Розв'язання: додавання векторів руху лебедя щуки виконуємо за правилом паралелограма. Діагональ паралелограма буде сумою двох векторів. Вектор руху рака буде направлений в протилежну сторону, значить сума цих векторів буде дорівнювати нулю. Тому віз не зрушить з місця.

✓ Російський письменник Салтиков – Щедрін Михайло Ефграфович у романі «Господа Головлёвы» розповідає про сина Порфирія Володимировича Петра, який програв у карти 3000 рублів і поросив у бабусі цю суму в борг. Він сказав: «Я б хороший відсоток давав. П'ять відсотків на місяць».

Можна розв'язати цю задачу, щоб дізнатись скільки грошей буде винен бабусі Петро через один рік.

Розв'язання. Прості відсотки нараховуються тільки на початкову суму внеску:

$$S = P \left(1 + n * \left(\frac{r}{100} \right) \right)$$

Дано: 3000 руб. – 100 %

X руб. – 5%

$$X = \frac{3000 * 5}{100} = 150 \text{ руб.}$$

$$S = 3000 + 150 * 12 = 4800 \text{ (руб.)}$$

Але при нарахуванні складних відсотків їх нараховують не тільки на основну суму, а й на суму, що включає як основну суму, так і нараховані раніше відсотки.

$$S = P \left(1 + \frac{r}{100} \right) * n$$

Дано:

$$P = 3000 \text{ руб.}$$

$$r = 5\% \text{ на місяць, } n = 12 \text{ місяців.}$$

$$S = 3000 \left(1 + \frac{5}{100} \right) * 12 = 3000 * \left(\frac{21}{20} \right) * 12 = 3000 * (1,05) * 12 = 5387,57.$$

Відповідь. Петро буде винен бабусі приблизно 5400 руб.

✓ Радянський письменник, автор знаменитої трилогії «Незнайко» Микола Миколайович Носов у розповіді «Федіна задача» теж використовує елементи математики: «На млин доставили 450 мішків жита по 80 кілограм в кожному. Жито змололи, причому з 6 кілограмів зерна вийшло 5 кілограмів борошна.

Скільки знадобиться машин для перевезення всього борошна, якщо на кожній машині поміщалося по 3 тонни борошна?»

Розв'язання:

- 1) $450 * 80 = 36000$ (кг) – всього зерна.
- 2) $36000 : 6 = 6000$ (разів) – по 6 кг зерна в 450 мішках
- 3) $6000 * 5 = 30000$ (кг) – борошна 1 тонна = 1000 кг
- 4) $30000 : 3000 = 10$ (машин) для перевезення борошна.

Відповідь. 10 машин потрібно для перевезення борошна.

2.2.2. Математика та живопис

Геометричні мотиви часто присутні у роботах великих живописців. Варто зазначити, що найчастіше живописці у своїх проектах свідомо використовували три геометричні конструкції: пропорції «золотого перерізу», спіраль Архімеда, фрактальну геометрію а також неможливі фігури та многогранники.

Художники і математики працюють, використовуючи, по великому рахунку, аналогічні підходи до аналізу реальності. І ті й інші мають прив'язати результат їх роботи до реальності.

Математичні концепції винаходяться, створюються або відкриваються способами, які багато в чому нагадують ті, які використав Пікассо коли відкрив кубізм. Математику і живопис в зв'язку з цим можна розглядати просто як два різних, взаємодоповнюючих способи візуалізації конкретної або абстрактної реальності, в якій ми існуємо. (О. В. Жуков).

А чи знаєте Ви, що...

- ✓ Для побудови геометричного плану Гробниці фараона Стародавнього Єгипту Менеса було використано елементи пропорції, яку ми зараз пов'язуємо з золотим перерізом.
- ✓ Працюючи над картиною «Бояриня Морозова», російський художник Василь Суриков мав викликати у глядача ілюзію руху саней, в яких везуть

розкольніцю. Саме пропорції «золотого перерізу» пояснюють таємницю емоційного впливу картини «Бояриня Морозова» на глядача, таємницю «чарівної сили» живопису.

✓ На картині І. І. Шишкіна «Корабельний гай» кожний із фрагментів картини побудований за принципом: довжина картини до кожного елемента картини відноситься як менша відстань елемента до більшої.

✓ Якщо придивитись до картини Рафаеля Санті «Побиття малят» то у центрі бачимо жінку з лівої сторони, що закриває дитину своїм тілом від удару. Якщо провести подумки лінію: руки – голова дитини – голова жінки – голова ката - нога жінки – ще одна жінка – піднята для удару рука – побачимо «золоту спіраль Архімеда».

✓ Картини американського художника Джексона Поллока написані в стилі дріпінгу - зустрічається під назвою «метод спонтанного автоматизму» коли на полотні, розстелене на підлозі, розбризкують, виливають фарбу, що створює несподівані ефекти. З'ясовано, що ці картини художника мають чітку фрактальну розмірність.

✓ Фігура Мадонни в картині італійського художника і вченого Леонардо да Вінчі «Мадонна Літта» вписується в правильний трикутник. Завдяки цьому мати і дитина виявляються в центрі уваги, як би висуваються на передній план. Голова Мадонни поміщається між двома симетричними вікнами на задньому плані картини. Художник використовує і асиметрію в зображенні тільки дитини. Симетрія проявляється і в іншій картині Леонардо да Вінчі «Таємна вечеря». Вся композиція строго симетрична і строго врівноважена щодо вертикальної осі, що проходить через головну точку картини. Групи апостолів справа і зліва від вчителя вписуються в прямокутник. (взято інтернет автор Гусева Валерія Алексеевна)

✓ Прикладом «золотого перерізу» в живописі служить портрет «Мони Лізи (Джоконди)». Композиція малюнка заснована на золотих трикутниках, які є частинами правильного зірчастого п'ятикутника.

- ✓ Сальвадор Далі в деяких своїх творах також використовував математичні ідеї. В картині «Розп'яття», художник зобразив гіперкуб, а на картині «La visage de la Guerre» послідовність облич, що зменшуються.
- ✓ Мауріц Корнеліс Ешер в картиці «Всадники» використав геометричне представлення стручки Мебіуса. М. Ешер використовував неможливі фігури у своїх роботах: «Бельведер», «Сходження і спуск», «Водопад».
- ✓ Іштван Орос в картині «Перехрестя» (1999) використав зображення мостів, що не можуть існувати в тривимірному просторі. Наприклад, на цій картині мости відображаються у воді, але ці відображення не можуть бути вихідними мостами.
- ✓ Шведського художника Оскара Реутерсварда називали «батьком» неможливих фігур, який за роки своєї творчості намалював тисячі таких фігур.

2.2.3. Математика та музика

Гармонія присутня скрізь у Всесвіті: і в комбінації ритмів астрономічних тіл, за якими вони обертаються в просторі, відомій як «музика сфер», і в мистецтві музики, яка очищує душу. Гармонія встановлена не лише на фізичному рівні, але також і в зв'язках між космічним і моральним порядком. Давньогрецький математик Піфагор увів звичай застосовувати музику для очищення душі й практикував лікування музикою. Деякі мелодії були проти пригнічуючих душу страждань - смутку й мук, другі - проти гніву й злості, а треті - проти пристрастей.

Ідея про можливість побудови числової моделі світу була покладена Піфагором в основу його теорії музики. Піфагор винайшов, що якісні відміни в звучанні струн обумовлюються чисто якісними відмінностями, а саме довжиною струн. Одночасне звучання двох струн буде приємне для слуху якщо довжина їх відноситься, як 1:2, або 2:3, або 3:4, що відповідають музичним інтервалом в октаву, квінту і кварту.

Відомі математики: Рене Декарт, Готфрід Лейбніц, Християн Гольдбах, Жан Д'аламбер, Леонард Ейлер, Данило Бернуллі приділяли увагу у своїх роботах дослідженню музики. Перша праця Рене Декарта – «Compendium Musicae» («Трактат про музику»), перша велика робота Леонарда Ейлера – «Дисертація про звук». Ця робота 1727 року починалася словами: «Моєю кінцевою метою в цій праці було те, що я прагнув представити музику як частину математики і вивести в належному порядку з правильних підстав все, що може зробити приємним об'єднанням і змішуванням звуків». Лейбніц в листі Гольдбаху пише: «Музика є прихована арифметична вправа душі, що не вмє рахувати». Гольдбах йому відповідає: «Музика - це прояв прихованої математики».

А чи знаєте Ви, що...

- ✓ Йоганн Себастьян Бах у своїй триголосній інвенції E-dur № 6 BWV 792 використовував двотактну форму, в якій співвідношення розмірів частин відповідає пропорціям золотого перерізу. 1 частина — 17 тактів, 2 частина — 24 такти (невеликі невідповідності вирівнюються за рахунок Фермата в 34 такти).
- ✓ В Стародавній Греції музика прямо вважалася частиною математики, а ще точніше, розділом теорії чисел. Першим, хто спробував висловити красу музики за допомогою чисел, був Піфагор – той самий, чийм ім'ям названа знаменита теорема. І в XVII столітті французький філософ, фізик, математик Марен Мерсен в трактаті «Істина наук проти скептиків або піроніків" також розглядав музику як галузь математики.
- ✓ Піфагор займався пошуками музичної гармонії, оскільки вірив у те, що така музика необхідна для очищення душі і лікування тіла і здатна допомогти розгадати будь-яку таємницю. Піфагор, проходячи одного разу повз кузню, і почувши, як удари молотів створюють цілком певне співзвуччя, вирішив зайнятися експериментами, намагаючись знайти співвідношення між висотою тону і числами. Для того, щоб визначити взаємозв'язок між рівнем води та

довжиною струни вчений використав чашу з водою і однострунну арфу та виявив, що половина довжини струни піднімає ноту на одну октаву вгору.

✓ Піфагор стверджував, що «музика дуже благотворно діє на здоров'я, якщо займатися нею належним чином». Тому піфагорійці, «відходячи до сну, .. очищали розум від денного сум'яття і шуму певними піснями й особливого роду мелодіями і цим забезпечували собі спокійний сон з небагатьма і приємними сновидіннями». Одного разу Піфагору вдалося вгамувати гнів п'яного дебошира юнака просто тим, що він звелів флейтисту зіграти урочисту мелодію. Тим самим філософ не тільки відкрив цілий ряд музичних ефектів, але і знайшов їм практичне застосування в навчанні та медицині.

✓ А. Ейнштейн вважав, що у науковому мисленні завжди присутні елементи поезії. Наука і музика, на його думку, вимагає однакового мислення. У передмові до «Еволюції фізики», яку написав А. Ейнштейн у співавторстві з К. Інфельдом, йдеться про «спроби людського розуму знайти зв'язок між світом ідей і світом явищ». Скрипка була для Ейнштейна інструментом, який допомагав знайти цей зв'язок.

✓ Піфагором в основу його теорії музики поклав ідею про можливість побудови числової моделі світу. Піфагор прийшов до висновку, що одночасне звучання двох струн буде приємне для слуху якщо довжина їх відноситься, як 1:2, або 2:3, або 3:4, що відповідають музичним інтервалом в октаву, квінту і кварту. День відкриття цього факту можна назвати день народження математичної фізики. А. Ейнштейн писав: «Ми відкрили щось подібне на коливання струни і атомом, що випромінює промені, така система частин веде себе подібно до малого акустичного інструменту, в якому виробляють стоячі хвилі».

✓ Піфагор уперше математично описав звук. Тому його цілком можна називати «прадідом» акустики. Його октава стала виражатися так: 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/8, 1/16 (до, ре, мі, фа, соль, ля, сі, до). Звичайно, на сучасну гаму

це не схоже, проте дроби $3/8$; $3/4$; $1/2$; $2/4$, показують розміри музичного твору. Різні твори мають різні розміри. Наприклад, вальс має розмір $3/4$, марш – $2/4$.

✓ «Канон ре мажор» Йоганна Пахельбеля, який часто обирають наречені для своїх весільних церемоній, популярний своєю структурою, яка має тенденцію до повторів – такого очевидного напрямку сучасної музики. Тож не дивна й популярність хіп-хопу з його ритмічним бітом і повторюваними імпрровізаціями, частково обумовлена нашою вродженою математичною потребою в ритмі й повторюваних елементах.

✓ Джейсон Браун - професор математики з університету Далхаузі (Канада) використав математичну операцію перетворення Фур'є для того, щоб проаналізувати перший акорд пісні Бітлз «A Hard Day's Night» і, відповідно, розкрити таємницю його нетипового й загадкового звучання. (Очевидно, дванадцяти струнна гітара Джорджа Харрісона – це не весь секрет групи). Тепер Браун застосовує успішні результати своїх досліджень в якості натхнення для написання нових пісень.

✓ Поняття «частина–ціле» необхідне не тільки для розуміння звичайних десяткових дробів і відсотків, але й відноситься до розуміння ритму. Грамотний музикант, для того, щоб правильно відобразити ритмічний малюнок твору, завжди має подумки розбивати ритм на рівні складові (і контролювати його). Підхід різний, але структура завдання така ж, як і в будь-якій математичній задачі, що використовує поняття «частини–цілого».

✓ Відомий математик Кіт Девлін у своїй книзі «Ген математики» вказує, що музиканти й математики однаково використовують для написання абстрактні позначення тих схем-образів, які існують в їх уяві. Наприклад, досвідчений музикант, читаючи музичні символи, відразу ж відтворює у своїй уяві ті звуки, які ці символи позначають. Теж саме можна сказати і про математика, який, читаючи математичні символи, подумки обдумує математичні вирази (логічні судження), зображувані цими символами.

- ✓ Піфагор вважав, що кожна планета, рухаючись по своїй орбіті видає свій звук, причому тона такі, що при русі всіх 7 планет звучить музика сфер. Піфагор назвав навіть сонячну систему семиструнною лірою. Він запевняв, що може слухати цю дивну музику, яку інші люди почують після смерті.
- ✓ Зв'язок між фізичним виконанням музики й математичними здібностями доведений дослідженнями, які демонструють, що діти, які грають на музичних інструментах, можуть виконувати більш складні арифметичні дії в порівнянні з тими дітьми, які на них не грають. Копітке й поступове вивчення музичного твору, увага до деталей і дисципліна, що вимагаються, щоб навчитися грати на інструменті, також є чудовою основою для розвитку математичних навичок.
- ✓ Апаратна візуалізація демонструє те, що діяльність мозку професійних музикантів при прослуховуванні музики подібна до мозкової діяльності професійних математиків, які розв'язують задачу [188].
- ✓ Математики розглядають музичну партитуру як графік, на якому по вертикалі відкладається висота звуку, а по горизонталі – час. Тепер у математиків є докази того, що кожний акорд можна представити не просто за допомогою довільних знаків на розлінованому папері, але і як точку в геометричному просторі.
- ✓ І в XVII столітті французький філософ, фізик, математик Марен Мерсен в трактаті «Істина наук проти скептиків або піроніків» також розглядав музику як галузь математики.

2.2.4. Математика та архітектура

Світове мистецтво багато в чому зобов'язане математиці. Приклад цьому – численні найдавніші споруди, кремлі, вежі, палаци та інші твори архітектури. Математичні знання необхідні архітекторам. В архітектурі при проектуванні різних форм архітектурного об'єкта використовуються наступні математичні об'єкти: симетрія, масштаб, площі, виконуються різні розрахунки для обчислення кількості необхідного матеріалу, подібність фігур коли архітектор,

переносячи розміри земельної ділянки при проектуванні будівлі не креслить об'єкт в натуральну величину, а користується масштабом, стандартне відношення якого 1: 100.

Симетрія - передусім геометричне поняття, однак воно застосовується також щодо негеометричних об'єктів у математиці загалом, інших науках: фізиці, хімії, біології, і в інших галузях людської діяльності: філософії, естетиці, соціології, мистецтві тощо. Відомо, що принципи симетрії є керівними принципами для будь-якого архітектора. Найбільш яскраво симетрія проявляється в античних спорудах Стародавньої Греції. Архітекторами в давнину використовувалося дзеркальна симетрія - це тип симетрії об'єкта, коли об'єкт при операції відображення переходить в себе, центральна або поворотна симетрія – коли перехід частин в нове положення вихідної фігури відбувається при повороті цієї фігури на певний кут навколо точки, яка називається центром повороту. Ще одним видом симетрії, яку використовували архітектори, є переносна симетрія - коли частини цілої форми організовані таким чином, що кожна наступна повторює попередню і десиметрія - це часткова відсутність симетрії. Давні будівельними могли натрапити на математичні пропорції випадково — Джордж Іфра зазначає, що прості «фокуси» з мотузкою та кілками можуть бути використані для розмітки геометричних форм, таких як еліпси та прямі кути. Дуже часто, особливо Ісламські будівлі, були оздоблені геометричними орнаментами, теселяції.

Сучасні архітектори найчастіше вдаються до свідомої і складної фрактальної архітектури, створюючи нові схеми алгоритмів. Додатковим навантаженням є те, що проекти розробляються не для одного будинку, а цілого комплексу, району і навіть декількох кварталів.

А чи знаєте Ви, що...

✓ Відомі світські архітектори Леон-Баттіста Альберті, Себастьяно Серліо та Андреа Палладіо, навмисно у своїх проектах підкреслювали симетрію та пропорцію.

- ✓ Володимир Шухов у Російській імперії та Антоніо Гауді у Берселоні стали першими у використанні гіперболоїдних конструкцій. Володимир Шухов наприкінці 19-го ст. почав використовувати дані конструкції для опор, маяків та градирень.
- ✓ Оперний театр у Сідней має вітрилоподібний дах, який складається з білих арок; для створення яких були розроблені трикутні секції сферичних оболонок однакового радіусу. Вони всі мають необхідну однакову кривину у всіх напрямках.
- ✓ Піраміди Стародавнього Єгипту збудовані за спеціально обраними пропорціями. Співвідношення похилої висоти до половини довжини основи становить 1,619, що лише на 1 % відрізняється від золотого перерізу. Якщо так було задумано, це вказує на використання трикутника Кеплера
- ✓ У піраміді Хеопса якщо скласти чотири сторони її основи, то отримаємо для її обводу 931,22 м. Розділивши ж це число на подвоєну висоту, маємо в результаті 3,1416, тобто відношення довжини кола до діаметра. (Інші автори з тих же вимірювань піраміди виводять значення π з ще більшою точністю: 3,14159. Ще одна дивовижне співвідношення: якщо сторону основи піраміди розділити на точну тривалість року - 365,2422 доби, то виходить якраз 10000000-на частка земної півосі - з точністю, якій могли б позаздрити сучасні астрономи.
- ✓ Парфенон вважається «ідеальним доричним храмом, коли-небудь збудованим». Парфенон має довжину 69,5 метрів, ширину - 30,9 метрів та висоту до карнизу - 13,7 метрів, що відповідає співвідношенню 4:9 як для ширини і довжини, так і для висоти та ширини. Співвідношення висота: ширина: довжина становить 16:36:81, або $4^2:6^2:9^2$. Чотирикутник зі сторонами 4:9 може бути збудований з трьох чотирикутників зі сторонами 3:4.
- ✓ Висота Тадж-Махалу з маківкою досягає 74 м. В його основі лежить квадратна платформа зі сторонами понад 95 м.

- ✓ Впливовий давньоримський архітектор Вітрувій доводив, що дизайн будівлі такої як храм залежить від двох характеристик — симетрії та пропорції. Вітрувій використав співвідношення малих цілих чисел, особливо трикутних чисел (число кружечків, з яких можна скласти рівносторонній трикутник: 1, 3, 6, 10, ...) для створення пропорційного поділу будівлі на (вітрувіанські) модулі.
- ✓ Піраміди в Гізі, свідомо чи випадково, мають математичні пропорції.
- ✓ У Левовому дворі Альгамбри пропорції відповідають серії квадратних коренів малих цілих чисел. Прямокутник зі сторонами 1 та $\sqrt{2}$ має (за теоремою Піфагора) діагональ $\sqrt{3}$, що відповідає прямокутному трикутнику зі сторін Левового двору; серія продовжується $\sqrt{4}$ (що дає співвідношення 1:2), $\sqrt{5}$ і т. д. Декоративні орнаменти мають схожі пропорції, де $\sqrt{2}$ утворює кола у квадратах та восьмикутні зірки, а $\sqrt{3}$ — шестикутні зірки.
- ✓ У Чехії число п'ять було використано у церкві святого Яна Непомуцького 1721 року у Зеленій горі, спроектованій Яном Блажеєм: п'ять пар колон та п'ять овальних куполів, які чергуються зі стрілчастими арками. Церква має 5 входів, 5 каплиць, 5 вівтарів та 5 зірок.
- ✓ Володимир Шухов наприкінці 19-го ст. почав використовувати гіперболоїдні конструкції для опор, маяків.
- ✓ Сіднейський оперний театр має вітрилоподібний дах, який складається з білих арок. Для їх створення з стандартизованих частин були розроблені трикутні секції сферичних оболонок однакового радіусу. Вони всі мають необхідну однакову кривину у всіх напрямках.
- ✓ У Саграда Фамілія, Барселона, будівництво якого розпочато 1882 році, Антоніо Гауді використав різноманітні геометричні структури, деякі з яких є мінімальними поверхнями, у тому числі гіперболоїдні параболоїди та гіперболоїдні тіла обертання, теселяції, ланцюгові арки, катеноїди, гелікоїди та лінійчаті поверхні.

2.3. Математика і професійна творча діяльність людини

Творчість властива будь-якій професійній діяльності людини: технічній, художній, літературній, науковій, виробничій тощо.

У процесі виготовлення знарядь праці, розв'язування задач, які виникали на полюванні, риболовлі, а потім і в землеробстві, при спорудженні житл, добуванні вогню у людини формувалися все нові і нові математичні поняття, які закладали фундамент практичної математики.

Нині математика проникає в різні сфери науки і професій, нарощує свій потенціал застосувань. Математика в професійній творчій діяльності охоплює творчість гуманітарного характеру: літературу, науку, мистецтво, виконавську майстерність артистів, звукозапис, радіо, телебачення. Математика у науково-технічній творчій діяльності людини знаходить своє відображення у створенні корисних моделей, промислових зразків. Визначні відкриття у різних сферах діяльності людини часто були результатом дослідження не самих явищ, а їх математичних моделей.

Діяльність в галузі математики і професійна творча діяльність людини схожі між собою. Творча діяльність розпочинається з виникнення певного задуму, а саме: зміну методів, прийомів роботи в тій чи іншій професійній галузі, здійснення певного наукового експерименту, написання художнього твору, створення музичної п'єси, тощо. Для здійснення творчого задуму потрібна попередня підготовча робота, яка полягає в обміркуванні його змісту, з'ясуванні деталей, шляхів його реалізації та збиранні необхідних матеріалів (С. Д. Максименко).

Творчі можливості людини реалізуються не тільки в предметній діяльності, а й у самому процесі його життя, самореалізації як засобі самоствердження, самовираження і саморозвитку.

Фізика і техніка нині говорять на мові математики, і ця мова складається з системи понять, образів, уявлень, зв'язків між ними. Та математика, яка

необхідна нині не тільки вчителям математики, але і вченим інших спеціальностей – технікам, інженерам, - це наука значно ширша, ніж раніше. Наприклад, сучасний інженер, працюючи в області нової техніки має користуватися математичним апаратом.

В теорії управління, в кібернетиці, нині основною задачею є побудова «штучного інтелекту» - роботів, що здатні полегшити роботу, зняти з людини значну частину видів праці. Така машина, перш за все, має вміти розпізнавати образи тих предметів, з якими вона буде мати справу. А це, як відомо, в основному математична задача. Нова «машинна математика» складається із багатьох методів і теорій.

Будуючи математичну модель досліджуваного явища, вчений має насамперед з'ясувати, яким властивостям розглядуваних реальних об'єктів слід приділити особливу увагу, а які вважати другорядними. Цей розподіл властивостей реальних об'єктів на головні і другорядні а також виявлені зв'язки між ними фіксують у вигляді певних математичних залежностей, зокрема рівнянь і нерівностей. Однаково небезпечним при цьому є як надмірне ускладнення, так і спрощення реальної ситуації. Якщо дістанемо занадто багато рівнянь, то можемо не знайти їх розв'язки, а якщо рівняння надто прості, то вони можуть не описувати досліджуваного явища з потрібною повнотою.

В історії науки рівень складності математичних моделей часто перевищував можливості розв'язання відповідних математичних задач. Ще частіше труднощі виникали при побудові математичних моделей реальних процесів. Наприклад, моделі, які доводиться будувати в зв'язку з проблемами сільського господарства, потребують залучення усього широкого апарату сучасних та класичних розділів математики: диференціальні та інтегральні рівняння, теорія ймовірностей.

2.3.1. Математика та авто обслуговування

- *Для роботи шістьох однакових двигунів протягом 8 годин треба 62 л палива. На скільки годин роботи вистачить 98 л палива одному такому двигуну?*
- *Ролик підшипника кочення має форму циліндра, висота якого 20 мм, діаметр основи 10 мм. Знайти об'єм матеріалу, з якого виготовлено ролик.*
- *Скільки фарби необхідно для того, щоб пофарбувати напівпричеп-цистерну ТЦ-6, якщо довжина цистерни 6350 мм, а її діаметр - 1600 мм. Фарбу беруть з розрахунку 200 гр/м².*

2.3.2. Математика та біологія

➤ Для того, щоб біолог міг розбиратись у будові нервової системи, йому потрібно вивчати кібернетику, займатися питаннями, що пов'язані із дискретною математикою.

➤ Коли біологи стали вивчати передачу генетичної інформації у бактерій, то виявили, що в процесі цієї передачі хромосоми переходять від однієї бактерії до іншої не повністю. Біологи надіялись вивчити порядок розміщення генів в хромосомі, але зазнали невдачі – карти хромосом, складених в різних лабораторіях, були несхожі одна на одну. Французькі вчені Жакоб і Вельмон порівняли отримані карти і виявили їх комбінаторну схожість. Виявилось, що всі ці карти були частинами одного кільця – хромосоми бактерій виявились скрученими в кільця, які розриваються перед переходом в іншу бактерію. Після цього до одного краю прикріплюється фактор, що перетягує частину хромосом в іншу бактерію. Оскільки розірватись кільце могло в будь якому місці, а фактор міг прикріпитись до будь якого краю, то і з'являлось все різноманіття карт, яке псувало картину [25].

➤ За допомогою комбінаторного підходу в Кембріджі Ф. Крику та Дж. Уотсону вдалось розшифрувати будову ДНК. Було відомо, що ДНК відіграє важливу роль в наслідуванні якостей організму. Проблема полягала в знаходженні відповідей на питання: «як з'єднані між собою нуклеотиди і як це з'єднання пояснює генетичні властивості ДНК». Ф. Крик і Дж. Уотсон вирішили розпочати комбінування нуклеотидів один з одним так, щоб вони утворили спіраль потрібних розмірів. Після декількох невдалих спроб виявилось, що найкращою конструкцією є гвинтові сходи в яких фосфат цукрові групи утворюють перила, а сходи складаються із пар азотистих основ. Оскільки кожен сходинок можна ще повернути на 180 градусів, то виходить 4 види сходинок [25].

➤ Були серйозні переконання вважати генетичний код лінійним. На запитання про кодове число відповідь дали прості комбінаторні міркування: число видів нуклеотидів відповідало 4 (аденін, гуанін, тимін, цитозин), а із 4 видів можна скласти всього 16 різних пар: АА, АГ, АТ, АЦ, ГА, ГГ, ГТ, ГЦ, ТА, ТГ, ТТ, ТЦ, СА, СГ, СТ, СЦ.

Але цього було недостатньо для кодування 20 амінокислот. Комбінаторний розгляд проблеми Гамовим показав, що число 20 можна отримати так: брати будь які трійки без врахування нуклеотидів і цікавитись лише складом трійок.

- *У карооких батьків є четверо дітей, з яких двоє блакитнооких мають I і IV групи крові, а двоє карооких – II і III. Карий колір очей домінує над блакитним і визначається аутосомним геном. Яка ймовірність народження наступної блакитноокої дитини з I групою крові?*
- *Ми в кабінеті математики вирощуємо кімнатні рослини. Вони здатні протягом 24 год поглинути до 87% шкідливих речовин з повітря. Яка частина шкідливих речовин залишається в повітрі? Як можна ще зменшити їх кількість?*

2.3.3. Математика та будівництво

➤ Будівельник має вміти складати рецепти мастики, розчинів даного складу, розраховувати кількість плитки, яка необхідна для облицювання поверхні.

➤ При спорудженні будівель математика також необхідна. Будівельники мають дбати про те, щоб витрати матеріалів були як найменшими. Навіть при зведенні даху можна зекономити до 15% матеріалу. Можна розрахувати якими мають бути ширина і висота вікна, щоб при даному периметрі воно пропускало найбільшу кількість світла.

➤ Будівельники та архітектори використовують в своїй роботі математичні формули, теореми та властивості геометричних фігур.

➤ Евклід розробив теорію відношень і пропорцій і використовував їх при побудові правильних п'яти- та десяти- кутників та при побудові правильних дванадцяти- і двадцятикутників. Цим користуються архітектори і нині.

➤ Ні один архітектор не обійдеться без знання теми «Масштаб» та «Пропорція». Виразність рисунка, креслення можна досягти тільки добре розвинутих почуттям лінії, її пропорційності, товщини і правильним розміщенням, рівновагою на рисунку площин і ліній, світла і тіні.

- *Будівельникам для встановлення бапти потрібно залити фундамент форми круга. Зовнішнє коло цього фундаменту повинно дорівнювати 45 м, а внутрішнє — 30 м. Визначте площу земельної ділянки під фундаментом бапти.*
- *Щоб закласти одне вікно, потрібно $1,85^{m^2}$ скла. Скільки потрібно скла на 78 таких вікон? На обрізку витрачається 8% загальної площі скла.*
- *Потрібно приготувати цементно-вапняний розчин складу 1:0,5:6. Яку кількість компонентів у кубічних метрах необхідно взяти для приготування 1,2 куб.м розчину?*

- *Скільки годин потрібно маляру для фарбування панелі висотою 2м в приміщенні (дані попередньої задачі) щіткою і валиком, якщо норма часу для фарбування 100 м² поверхні щіткою - 6,4год, валиком -3,4год.?*
- *Ви отримали замовлення на будівництво басейну з квадратним дном. Визначити розміри басейну, щоб на облицювання стін і дна пішла мінімальна кількість плитки. Об'єм басейну – 128 куб.м.*

2.3.4. Математика та екологія

➤ Математика використовується для аналізу прикладів економного та ефективного використання природних ресурсів, розкриття математичних закономірностей певних явищ природи, виховання екологічного розуміння та екологічної культури, відповідальності за стан навколишнього середовища.

➤ Математична наука широко використовується для вирішення основних завдань екології: вивчення біосфери як цілісної природної системи; прогнозування і оптимізації взаємодії між біосферою та суспільством; раціонального використання й охорони природних ресурсів; вивчення різних видів забруднень середовища та методів боротьби з ними.

➤ Існує наука болотознавство, яка зовсім не може обійтися без математики. Специфіка болота, як гідрологічного і біологічного об'єкта, описується надзвичайно складними рівняннями. За допомогою електронних приладів учені вивчають водно-тепловий баланс боліт. Телеметричні дані передаються на прилади, електронний пульт який стає математичним дзеркалом болота. На ньому знаходять відображення коефіцієнти рівнянь боліт. Це дуже важливо, адже в нашій країні зосереджено дві третини болотного фонду планети. А це потужна фабрика торфу. Щорічно в болотах земної кулі нарастає 4 куб. км торфу або близько 4 мільярдів тон дорогоцінного торфу природної вологості.

➤ Залежність між об'ємом гілки дерева і її діаметром виражається рівнянням параболі четвертого степеня і єдина для різних порід дерев. При конструюванні дерева природа скористалась аналогом теореми Піфагора: квадрат радіуса основи стовбура дорівнює сумі квадратів радіусів складових стовбурів, виміряних вище від розгалуження. Об'єм усієї надземної частини дерева залежить від єдиного параметра – діаметра стовбура.

➤ При різних стихійних лихах люди і тварини ховаються в лісі під деревами або на деревах. Середнє дерево діаметром стовбура 60 см здатне витримати 600 – 900 кг плодів, а під час урагану – тиск повітряного потоку до 7 - 8 тис. кг. Якщо спроектувати всі гілки дерева (без листя) на вертикальну площину, то сумарна площа їх тіні називається захисною площею дерева. Вона й захищає від вітру все, що знаходиться за деревом, - поля, луки, шосе, залізниця.

➤ В однорядній смузі з тополь виміряли діаметри стовбурів у напрямі, паралельному переважаючим вітрам, і в напрямі, перпендикулярному до них. Виявилось, що діаметри стовбурів мали форму еліпса, великий діаметр якого був паралельний напрямку з переважаючими вітрами. Отже, дерево розраховує, як будувати себе, щоб раціональніше використати власний будівельний матеріал.

➤ Проблема Байкалу складна і розв'язується на основі широкого використання математики. У пошуках допустимих індустріальних навантажень на озеро «розіграно» багато різних сценаріїв використання його ресурсів і подано рекомендації про керування районом озера, побудовано ряд математичних моделей, які дали оптимістичні прогнози. Чисельність цінної риби збільшуватиметься, якщо не порушувати обмежень, накладених математичними моделями.

➤ В місцевостях, де масово знищували вовків, кількість травоядних різко зростала, але через певний час, так само швидко падала. Математики пояснили цей парадокс тим, що в природніх умовах вовки знищують не так

багато тварин, причому вони знищують, насамперед слабких, хворих тварин. Знищуючи неповноцінних тварин, вовки виконують функцію санітарів і забезпечують необхідну кількість розвинених, здорових тварин, які дають здорове потомство.

- *Обчислити, скільки кубічних метрів повітря очистять від автомобільних вихлопних газів 25 каштанів, посаджених уздовж дороги, якщо одне дерево очищає зону довжиною 100 м, шириною 12 м, висотою 10 м?*
- *Дуб вбирає 85 л води щодня, осика – 462 л за тиждень, а береза – 1800 л за 30 днів. Розмістити назви цих дерев у порядку збільшення кількості води, яку вони вбирають за один день. Відповідь. Береза, осика, дуб.*
- *За одну годину роботи автомобільного двигуна спалюється 200 л кисню. Добова норма, необхідна для дихання однієї людини, - 80 л кисню. Скільки добових норм кисню спалюється щоденно майже 160 автомобілями жителів села Хролі під час поїздки на роботу (Шлях займає 1 год.)?*
- *Підраховано, що над площею 1 км^2 зелених насаджень збирається пилу на 50 т менше, ніж над такою самою площею поля. На скільки менше пилу міститься над 10 га лісонасаджень, ніж над такою самою площею поля?*
- *Відомо, що ліси дають нам екологічно чисте повітря. Нині загальна площа лісового фонду України становить близько 10 млн. гектарів, у тому числі вкрито лісом — 8,6 млн. гектарів. Але темпи відтворення лісів сповільнилися. Так, з 1991 р. площа лісових масивів в Україні зросла всього на 1,4 %. Скільки це становить у гектарах?*

2.3.5. Математика та економіка

➤ Економісти мають вміти кількісно опрацювати та здійснювати аналіз великих за обсягом і різноманітних за змістом потоків економічної інформації, що є неможливим без економіко-математичних моделей і комп'ютерних технологій [161]. Це зумовлює необхідність широкого застосування математичних інноваційних підходів в економічному аналізі й потребує належної математичної підготовки спеціалістів у створенні математичної моделі до розв'язання економічної задачі.

➤ Математична економіка досліджує економічні проблеми формально-математичними методами. Математичні моделі дозволяють формувати економічні теорії строго і у загальній формі.

➤ У книзі У. Джевонса «Короткий опис загальної математичної теорії політичної економіки» (1862) викладено одну з перших версій теорії корисності.

➤ Математичні методи й моделі дають змогу упорядковувати економічну інформацію, виявляти недоліки в наявній інформації та розробляти вимоги до підготовки нової інформації чи її коригування. Розроблення і застосування економіко-математичних моделей вказують шляхи вдосконалення системи економічної інформації, орієнтованої на розв'язання певних завдань, планування та управління.

➤ Завдяки математичному моделюванню створюються нові можливості економічного аналізу; вивчення чинників, які впливають на економічні процеси; кількісного оцінювання наслідків змін умов розвитку економічних об'єктів тощо. Розглянемо приклади розв'язування задач з економіки [83].

▪ *Кілька сімей рибалок спільно володіють невеликим риболовецьким судном. Обсяг видобутку крабів дорівнює y (кг / день), він залежить від кількості рибалок на судні: $y = 100\sqrt{x}$. Ціна одного кг крабів 8000 у.о.*

Зарплата краболова $p = 100000$ (у.о / день). Крім зарплати інші витрати не враховуємо. Знайти оптимальний розмір бригади рибалок.

Розв'язання.

Прибуток дорівнює виручці мінус зарплата:

$$W = 8000y - 100000x = 800000\sqrt{x} - 100000x.$$

Знаходимо похідну і прирівнюємо її до нуля: $W' = \frac{400000}{x} - 100000 = 0.$

Звідси отримуємо: $x = 16.$

Таким чином, ми знайшли оптимальну кількість рибалок на судні. Проаналізувавши вище перераховане, можемо зробити висновок, що математика широко застосовувана в сфері економіки. Ми побачили, що без математичних обчислень неможливо вирішити навіть найпростіших завдань.

- Залежність між собівартістю одиниці продукції y (тис. грош. од.) і випуском продукції x (млрд. грош. од.) виражається функцією $y = -5x + 80$ (грош. од.). Знайти еластичність собівартості, якщо випуск продукції складає 60 млрд. грош. од.
- Вкладник поклав на рахунок в банку 25 000грн. і протягом трьох років не буде знімати грошей з рахунку. Скільки грошей буде на рахунку вкладника через 3 роки, якщо банк нараховує 30% річних, і відсотки після кожного нарахування приєднуються до початкової суми $S_0=25000$ грн.?
- У перший рік після реконструкції підприємства продуктивність праці збільшилася на 15 % і вироблялося 25 виробів одним робітником за годину. На другий рік відбулися такі зміни: робітник став виробляти 24 вироби за годину, а кількість працівників за рік скоротилася на 1/3. Як змінилася продуктивність праці за два роки?
- У день народження школяреві подарували 500 грн. Він знав, що банк А пропонує 20%-ві внески з нарахуванням складних відсотків, а банк Б — 25 % річних по простих відсотках. У який банк потрібно покласти гроші та скільки він зможе одержати там через n 'ять років?

2.3.6. Математика та епідеміологія

➤ Перші спроби кількісного моделювання епідеміологічних процесів відносяться ще до XIX століття. Але лише початок нашого століття, особливо роботи Росса, Кермака, і Мак-Кендрика ознаменувало собою виникнення нової дисципліни – математичної теорії епідемій. (Більш широкий термін – кількісна епідеміологія, куди нерідко відносять будь яку роботу, що містить формулу). До останнього часу математична теорія епідемій займалась або побудовою теоретико-ймовірнісних моделей для спалаху в малих колективах (що особливо характерно для західних вчених), або різними статистичними дослідженнями, включаючи формальну апроксимацію епідемій, або абстрактними моделями [13].

➤ Відомо, що надійність і економічність проти епідеміологічного захисту безпосередньо залежить від того, відомі чи невідомі чисельні закономірності епідемій; разом з тим встановлення цих закономірностей можливе лише шляхом моделювання, оскільки тут виключається експериментальний метод і практично нереальний феноменологічний [13].

➤ Вченим вдалось створити таку математичну модель епідемій грипу, яка не тільки дає можливість передбачати їх перебіг на глобальному рівні, але й отримувати надійний прогноз на кожному окремому участку.

- *Відомо, що в 1 см^3 знаходиться до 3 млрд. бактерій. За який час бактерії заповнять класну кімнату, коридор, квартиру, скільки їх буде в 1 м^3 , якщо відомо, що об'єм класної кімнати становить 90 м^3 , коридору – 30 м^3 , квартири – 50 м^3 .*

2.3.7. Математика та залізничний транспорт

➤ Над якісним дослідженням рівняння руху поїзда працював радянський математик академік М. М. Лузін.

➤ Геометрія залізничних колій на поворотах досить складна. Якщо залишити стики прямих і кіл неплавними при переході від прямолінійної ділянки до криволінійної (або навпаки), то вагони поїзда зазнаватимуть удару, від чого швидко зношуватимуться рейки й колеса, розхитуватимуться кріплення вагонів. Щоб уникнути усіх цих небезпечних явищ, у точках спряження прямолінійних ділянок залізничних колій з криволінійними роблять так звані перехідні ділянки по напівкубічній параболі, так званій параболі Нейля, кривина якої набуває значень від 0 до нескінченності.

➤ Для того, щоб впоратись із завданням залізничник і диспетчер мають мати логічне мислення. Наприклад, на запасній колії стоять два вагони: один завантажений вугіллям, а другий – коксом. Помилково вагон з коксом (А) підігнали до складу вугілля (В), а вагон з вугіллям (Б) – до складу з коксом (Г). Як має діяти машиніст тепловоза (Д) в такому випадку, щоб перегнати вагони до відповідних складів, якщо через міст (Е) може переїжджати тільки тепловоз без вагонів?

- *Для дуг заокруглень залізничної колії не допускаються радіуси кривизни, менші 600 м. Обчислити область допустимих значень довжини x стрілки дуги заокруглення залізничної колії, якщо ця дуга менша 180° і її хорда дорівнює 156 м.*
- *Повз залізничну станцію проходять один за одним три поїзди: у першому 418 пасажирів, у другому – 494, в третьому – 456. Скільки пасажирських вагонів у кожному поїзді, коли відомо, що в кожному вагоні однакове число пасажирів і їх число – найбільше з усіх можливих?*

2.3.8. Математика та захист від стихій

➤ Вчені побудували математичну модель урагану. Знайдені формули дають можливість не тільки передбачити, а й розрахувати силу урагану, який тільки зароджується над районами інтенсивних морських випаровувань.

➤ Вчені на основі численних досліджень змоделювали явище цунамі системою складних рівнянь і за допомогою комп'ютера вивели його формулу. Вона показує, куди спрямовується і коли досягне певного пункту велетенська океанська хвиля. Формула дає можливість ставити діагноз цунамі і заздалегідь інформує, коли це явище набере загрозливої сили.

➤ Вченими було створено математичну модель вихрових кілець, яка дає можливість визначити закон її руху, структуру, кількість домішок, які вони можуть приносити. Вчені Інституту гідродинаміки запропонували застосовувати вихрові кільця від вибуху для гасіння пожеж на нафтових і газових свердловинах.

➤ Математики на чолі з відомим ученим М. О. Лаврентьєвим розробили метод захисту міст від снігів що тануть, з прибережних гірських порід, запропонувавши за допомогою вибуху створити греблю на шляху селевих потоків. Задум вчених було реалізовано влітку 1967 року.

2.3.9. Математика та інженерія

➤ Інженеру, який займається фізикою твердих тіл, потрібно знати квантову механіку, але добре, якщо з ним поряд буде працювати математик-теоретик. Основне, що потрібно для політехнізації – це розуміння важливості математичних методів, виховання строгості логічних міркувань і уміння знаходити логічні неточності в логічних міркуваннях.

➤ У пункті обслуговування, на який поступає потік звернень, кожне звернення займає, після того, як потрапить в систему, будь який із вільних номерів. Потім очікує першого з операторів, який звільниться. Такими прикладами обслуговування можуть бути посадочні смуги в аеропорту, пристані в морському порту, стоматологи в клініці, автомашини з бригадою лікарів в пунктах швидкої медичної допомоги. Потоками звернень, з якими потрібно працювати будуть відповідно літаки, яким необхідно злетіти або піти

на посадку; судна, які мають пристати до берега; пацієнти, що прибули в лабораторію для здачі аналізів чи запису до лікаря; виклики від хворих, що потребують швидкої медичної допомоги.

➤ Після запуску Радянським Союзом космічної станції, що була направлена на орбіту навколо Місяця, було повідомлено про те, що час її існування буде дуже короткотривалим. І дійсно, даний супутник проіснував всього декілька днів. Тоді як перший штучний супутник Землі продовжував свій рух і політ його тривав більше року. В подальшому були опубліковані роз'яснення причин цього незвичайного явища. Розрахунки показали нестійкість орбіт небесних тіл в площинах далеких від площини екліптики. А навколomisячна станція рухалась саме в площині майже перпендикулярній площині екліптики. Математика дозволила відкрити нове явище, процес пізнання природи розширився [84].

- *Задача.* Відомо, що в систему «в середньому» за одиницю часу поступає a звернень і «в середньому» кожне звернення потребує затрати часу b щодо його вирішення. Запитання: «Скільки потрібно приборів (диспетчерів) в системі, щоб вони справлялась з роботою?» Звичайні міркування, які використовуються для вирішення даної задачі, полягає в наступному: в середньому для звернень, що поступили за одиницю часу, необхідно ab одиниць часу для їх обслуговування. Щоб система справилась з потоком звернень, що надходять, в системі необхідно число обслуговуючих приборів (диспетчерів) n взяти такими, щоб $ab \leq n$. При цьому n береться найближчим цілим по величині числом, що задовольняє тільки-що написаній нерівності. По такій схемі розраховуються значна кількість систем масового обслуговування – кількість кас в магазині, кількість автоматів для пропуску пасажирів, кількість ліжок в лікарні. Наведений приклад показує, як суттєво при математичному вивченні явища, правильно підійти до вихідної моделі, що описує це явище [65].

2.3.10. Математика та картографія і геодезія

➤ Основоположником сучасної картографії справедливо вважають видатного голландського вченого Герарда Меркатора. Він математично обґрунтував складання карт і запропонував використовувати картографічну проекцію. У навігаційних картах меркаторська проекція використовується й нині.

➤ У процесі виконання геодезичних робіт видатний німецький математик К. Ф. Гаус поглибив метод найменших квадратів і створив нову математичну галузь – внутрішню геометрію поверхонь.

➤ Ювелірна точність вимагається від геодезистів, які займаються підземними вимірюваннями і зйомками – маркшейдерів. Вони задають напрями прокладання тунелів, трас, метрополітенів, гідротехнічних споруд.

➤ Широке застосування в картографії стосовно труднощів, що можуть виникнути при зображенні країни на карті, знайшла сформульована П. Л. Чебишевим теорема: «Найзручніша проекція для зображення якоїсь частини земної поверхні на площині та, в якій масштаб уздовж межі зображення зберігає одну й ту саму величину».

➤ Найзручніші проекції вивчав видатний математик Д. О. Граве, який у докторській дисертації «Про основні задачі математичної теорії побудови географічних карт» знайшов 11 еквівалентних проекцій кулі на площину, при яких меридіани і паралелі переходять у кола або прямі і довів, сформульовану П. Л. Чебишевим теорему про найзручнішу проекцію зображення якоїсь частини кулі на поверхню.

➤ При вимірюванні будь-яких геодезичних і картографічних величин обов'язково потрібно знати можливість утворення похибки.

- *Знаючи координати даної точки A , горизонтальну відстань d від неї до другої точки B і напрям (азимут) лінії AB , що сполучає обидві точки, визначити координати другої точки.*

- *Кременчуцьке водосховище на річці Дніпро має довжину близько 150 км. Яка довжина водосховища на карті масштабом 1: 3 000 000?*
- *Вулиця довжиною 2 км на плані показана лінією 8 см. Який масштаб плану?*
- *Довжина деталі на плані, що виконаний в масштабі 1:5, дорівнює 7,2 см. Якою буде довжина цієї деталі на іншому плані з масштабом 1:3, 2:1?*
- *Для дренажу в греблю укладають бетонні трубки довжиною 40 см. Кожна трубка – правильна восьмикутна призма зі стороною основи 82 мм, що має циліндричний отвір діаметром 8 см. Знаючи, що маса трубки 27 кг, встановити густину бетону, з якого вона виготовлена.*

2.3.11. Математика та кондитерська діяльність

➤ Математика застосовується не тільки в науці, а й у приготуванні їжі. Наприклад, всі етапи приготування їжі, покупка продуктів потребують математичних знань. При приготування страв потрібно вираховувати скільки порцій вийде із приготовленого виду продукту, вирахувати собівартість продукту.

➤ В математиці зв'язок між двома величинами називають *відношенням*. Якщо в рецепті є 3 яйця і 2 стакани борошна, то відношення складає 3:2.

➤ Кухар має вміти порахувати кількість калорій та жирів, що входить до його страви для клієнтів, що стежать за своєю фігурою.

➤ При приготуванні виробів з тіста та оформленні готових страв, кондитеру в нагоді стане розділ математики «Комбінації геометричних тіл» та «Об'єми тіл обертання».

➤ Кухар на замовлення має вміти висококалорійну страву перетворити на низькокалорійну, розрахувати енергетичну цінність та вагу страви.

- Скільки порцій борщу можна приготувати у каструлі, діаметром 90 см та висотою 62 см, якщо вага 1 порції борщу 500 г?
- Торт покривають глазур'ю з розрахунку 1 гр - на 1 см². Скільки глазури необхідно приготувати для того, щоб покрити зверху та з боків торт:
А) круглий, висотою 7 см і діаметром 20 см; Б) круглий триярусний, якщо висота кожного шару - 6 см, а діаметри - відповідно 30 см, 20 см, 10 см. В) у вигляді конуса, діаметр основи якого дорівнює 26 см, а твірна - 18 см ?
- Для приготування 15 штук котлет необхідно 1кг м'ясного фаршу, 200 гр білого хліба, 300 гр молока, 250 гр цибулі, 20 гр солі, 1 гр чорного перцю. Скільки кожного з цих інгредієнтів необхідно взяти для приготування 70 штук котлет?
- Морозиво «Лакомка» має форму циліндра, радіус якого 2 см, а висота 10 см. Скільки потрібно матеріалу, щоб обгорнути одне морозиво, якщо на шов іде 5% матеріалу?

2.3.12. Математика та медицина

➤ Медицина теж існує завдяки математиці, яка використовується при аналізі даних про ефективність того чи іншого лікування. За допомогою математичних моделей відтворюються органи людини і процесів, що відбуваються в її організмі. Аналіз цих математичних об'єктів (графіків, рівнянь, нерівностей, матриць, графів) дозволяє лікарям ефективніше здійснювати профілактику й лікування різних захворювань. Наприклад, відомо, що після інфаркту міокарда інколи катастрофічно порушується серцевий ритм – виникає так звана фібриляція, що спричиняє смерть буквально через кілька хвилин. Математики розкрили таємницю цього небезпечного явища і допомогли знайти нові можливості запобігти катастрофі.

➤ В кібернетиці розвинулась окрема галузь – медична кібернетика, яка поділяється на ряд підрозділів: кібернетика в охороні здоров'я, автоматизація праці медпрацівників, моделювання фізіологічних процесів в нормі і при патології, розробка плану лікування і прогнозування протікання хвороби, автоматизація діагностики захворювань, біокерування.

➤ Математика працює на наше здоров'я вже при конструюванні численних машин, які досліджують здоров'я пацієнта, зшивають і зрощують живі тканини, стежать за станом хворого під час операцій.

➤ На допомогу лікарям приходять різні математичні теорії. Наприклад, теорія катастроф застосовується в медицині. Судини головного мозку, які забезпечують його кровопостачання – це складні тонкостінні оболонки, що зазнають деформацій. Математична модель кровопостачання мозку і його порушень може бути побудована на основі розв'язування задачі на гідропотужність, яку сьогодні інтерпретують як теорію катастроф.

➤ Графічне зображення діяльності серця – кардіограма є, по суті, вектор-функцією, що містить 12 або 18 компонентів, кожен з яких є числовою функцією часу. Тому лікар, який вивчає кардіограму пацієнта, працює в 12- або 18 – вимірному просторі.

➤ Математика широко застосовується в кардіології. Сучасні прилади дозволяють лікарям «бачити» людину зсередини, правильно встановлювати діагноз і призначати ефективне лікування. Створенням таких приладів займаються інженери, які використовують апарат фізико-математичних досліджень. Ритми серця і рух математичного маятника, зростання бактерій і геометрична прогресія, формула ДНК - все це приклади застосування математичних розрахунків в медицині.

➤ В чому ж принцип моделювання в медицині? Першими хто стали використовувати цей метод це клініцисти і імунологи. В даний час накопичено дуже багатий запас знань щодо інфекційних хвороб, не тільки симптоматика, але і перебіг хвороби, результати фундаментальних аналізів, що стосуються

механізму взаємодії антигенів і антитіл на різному рівні деталізації: макроскопічному, мікроскопічному, аж до генетичного рівня. Ці методи досліджень дозволили підійти до побудови математичних моделей імунних процесів.

➤ Можна, зазначити, що математика, також застосовується у таких спеціальностях як акушерство і педіатрія. Запропоновано спеціальні формули для визначення терміну вагітності. І. Ф. Жорданія запропонував наступну формулу: $X = L + C$, де X - шуканий термін вагітності в тижнях, L - довжина плоду, виміряна тазомером, C - лобно-потиличний розмір головки, виміряний тазомером. Наприклад, при $L = 24$ см і $C = 11$ см $X = 24 + 11 = 35$, тобто шуканий термін вагітності 35 тижнів.

Під час годування дитини, використовують формули для визначення тиску у новонародженої дитини.

➤ Наприклад, як вирахувати кількість препарату, щоб вистачило на певний курс лікування, який призначив вам лікар. В анотації препарату вказано, що в 1 таблетці міститься 30 г діючої речовини. Курсова доза - 800-900 грам. У рецепті прописано: приймати по 1 таблетці 3 рази на день (протягом) 7 днів. Тепер вважаємо: $30 \text{ г} \times 3 \text{ рази} = 90 \text{ г}$ в день, або $90 \text{ г} \times 7 \text{ днів} = 630 \text{ г}$ на курс лікування.

➤ Інші цікаві факти про медицину, які не можливо було б визначити без використання математики: при розмові напружуються 72 м'язи; мозку для функціонування достатньо лише 10 Ватт енергії; скелет людини складається з 206 кісток, 25% з яких знаходяться в нижніх кінцівках; довжина ланцюжка з капілярів легенів перевищила б довжину в 2400 км.

➤ Фармацевт має вміти розв'язувати задачі на пропорцію і концентрацію розчинів. На упаковці ліків ми можемо прочитати склад і кількісні показники інгредієнтів, показників про норму і час прийому ліків – все це теж математика. Наприклад: потрібно приготувати 50 мл розчину фурациліну у відношенні 1: 5000. Скільки потрібно буде для цього фурациліну?

- Скільки мл розчинника (наприклад, 0,5%-го новокаїну) треба додати до одного флакону антибіотика, місткістю 500 мг, якщо виходити із розрахунку, що в 1 мл одержаного розчину має міститись 100 мг препарату?
- Скільки мл 10%-го розчину хлорного вапна і скільки мл води треба взяти, щоб приготувати 500 мл дезинфікуючого розчину, концентрацією 0,1%? А для приготування 100 мл 1%-го розчину?
- Дворічній дитині, вагою 14 кг, з діагнозом спазмофілія призначено введення 10% розчину глюконату кальцію. Яку разову дозу (в мл) треба ввести, якщо виходити із розрахунку 0,2 мл на один кг маси? Скільком мг сухої речовини відповідає ця кількість розчину?
- Разом з ін'єкціями великих доз глюкози необхідно вводити інсулін для її утилізації. Скільки одиниць інсуліну треба ввести у трубку крапельниці, якщо вводиться 200 мл 5%-го розчину глюкози? Для довідки: одна одиниця інсуліну зв'язує 5г цукру.

2.3.13. Математика та морська справа

➤ У сучасному підручнику «Основи судноводіння» говориться: «Навігація – точна наука, основою якої є математика. Тільки знання наукових математичних основ навігації в поєднанні з досвідом можуть гарантувати безпеку судна в будь-яких умовах плавання».

➤ Математикою, можна сказати, пройнята вся морська справа: від проектування, побудови і спуску корабля на воду, до його безпечного плавання.

➤ Фалес Мілетський застосував теорему про подібність двох прямокутних трикутників для визначення відстані від берега до видимого корабля у відкритому морі.

➤ Л. Ейлер у 1727 році взяв участь у конкурсі Паризької Академії наук щодо написання твору про доцільне оснащення корабля щоглами. Не маючи

можливості перевірити свої рекомендації, бо бачив кораблі хіба що на картинках, учений написав, що в цьому немає потреби, бо вони виведені на основі законів математики із незаперечних принципів механіки. Пізніше геніальний математик написав цілий ряд праць з теорії кораблебудування і судноводіння, зокрема двотомну працю «Морська наука або трактат про конструкцію кораблів і їх водіння». Величезний попит мала його книга «Повна теорія конструкцій і водіння кораблів, пристосована до рівня тих хто вивчає навігацію» (1773). Випереджаючи час, одну із своїх праць Л. Ейлер присвятив реактивному руху кораблів. В усіх цих працях він широко застосував вищу математику.

➤ Частою причиною морських трагедій були неправильні покази компаса. Видатний французький математик С. П. Пуассон допоміг морякам, вивівши рівняння рівноваги компасної стрілки на кораблі. Математики на основі цих рівнянь розробили практичні інструкції девіації компаса.

➤ Видатний математик і кораблебудівник О. М. Крилов багато зробив для полегшення технічних і практичних розрахунків за допомогою наближених обчислень. П'ять томів з розрахунками проекту лінійного корабля «Севастополь» - це математична гарантія надійності всіх його вузлів і частин.

➤ Адмірал С. О. Макаров і академік А. Н. Крилов створили «таблицю непотоплюваності». Відомо, що трюм корабля розділений водонепроникними перегородками на відсіки. Це потрібно для того, щоб вода, проникнувши по тій чи іншій причині всередину корабля, не заповнила всього трюму і тим самим знизилась шанси швидкої гибелі корабля. Через пробоїну, наприклад, в 9-10 кв. дм, що знаходиться на глибині 2 – 2,5 м, за годину вливається приблизно 2000 тон води. На практиці площа пробоїни може досягати значно більших розмірів. В такій ситуації, що загрожує, як роботі судна, так і життю екіпажа, потрібно прийняти рішення про методи боротьби за спасіння судна і людей. Як правило, в таких випадках є тільки один спосіб спасіння – затопити відсік з протилежної сторони навмисно.

Ідея С. О. Макарова та використана на практиці А. Н. Криловим полягала в тому, щоб завчасно скласти таблиці, в яких було б враховано, як позначиться на судні затоплення тих чи інших відсіків, які номери відсіків варто затопити для вирівнювання корабля і на скільки таке затоплення може покращити становище судна. Такими таблицями «непотоплюваності» забезпечують нині всі кораблі всіх флотів світу. Але для використання даної таблиці необхідно вміти виконувати арифметичні розрахунки, знати елементи геометрії [65].

- Штурман корабля виміряв напрями (істинні пеленги) на вежу старовинного замка й маяк, а з карти визначив відстань між ними. На основі цих даних (Рис. 2.3.13.1) він визначив відстань до замка $x = s \frac{\sin \delta}{\sin(\alpha+\beta)}$ і маяка $y = s \frac{\sin \epsilon}{\sin(\alpha+\beta)}$. Як він дістав ці формули?

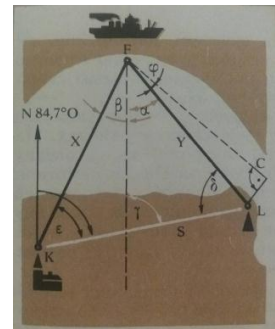


Рис. 2.3.13.1

- При визначенні місця корабля, з якого видно три маяки з відомими координатами знайти точку (місце корабля), з якої відрізки AB і BC , утворені трьома точками A , B і C , видно під кутами α і β .
- Справжню дальність видимого горизонту D_e спостерігача при звичайному стані атмосфери обчислюють за формулою $D_e = 2,08\sqrt{e}$ (Рис. 2.3.13.2.). Як знайдено цю формулу?

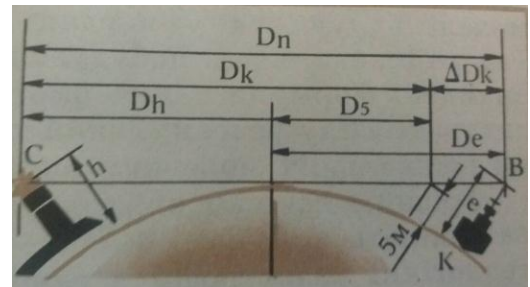


Рис. 2.3.13.2.

2.3.14. Математика та програмування

➤ Для різного рівня програмування корисні свої розділи математики. Наприклад, без знань лінійної алгебри, теорії ймовірностей та статистики неможливо програмувати в області шифрування.

➤ Основна задача програміста – це пояснити комп'ютеру, що робити на одній із мов програмування, а для цього програмісту потрібно мати знання з математичної логіки. Без неї неможливо будувати умовні вирази.

➤ Математика потрібна програмісту, щоб мати уявлення про проектування макетів конструкцій та вміння підібрати найкращий набір компонентів для їх друку.

➤ Для того, щоб розробити програмне забезпечення для безпілотного транспорту, і систем управління транспортними потоками, спеціаліст, який організовує роботу краудфандінгових платформ, має вміти проводити попередню оцінку проектів для отримання краудфандінгового фінансування, розбирати та оцифровувати конфлікти між вкладниками і власниками проектів. Цим займається математичне програмування.

➤ *Математичне програмування* – це прикладна математична дисципліна, яка досліджує екстремальні задачі (задачі пошуку максимуму або мінімуму) і розробляє методи їх розв'язання. Такі задачі ще називають оптимізаційними. Предметом *математичного програмування* є способи математичного моделювання оптимізаційних задач, визначення необхідних і достатніх умов наявності екстремумів (оптимумів), розробка і дослідження методів визначення оптимальних рішень, які обминають пошук екстремальних рішень прямим перебором.

➤ Велична будова Байкало-Амурської магістралі (Баму) ще тільки розгорталась. А її математичний двійник (модель) уже сім років випробовували вчені. Модель БАМу зафіксували в комп'ютерній програмі. В її пам'ять заклали профіль та інші параметри дороги. Саму дорогу розбили на елементарні відрізки й за допомогою розв'язання диференціального рівняння руху поїзда в кінці кожного такого відрізка обчислили відповіді на десятки питань, що цікавили будівельників і залізничників. Спеціальні програми, закладені в комп'ютер, визначають порядок обчислень, пропускають дані через надзвичайно складні рівняння, враховують їх взаємозалежності [65].

➤ До програмування звертаються вчені, визначаючи найкращий варіант розміщення нового автомобільного заводу. Програма підраховує собівартість, питому вагу капіталовкладень, транспортні ресурси і інші витрати.

➤ За допомогою програм було розраховано найвигідніший варіант розробки на Уралі Качканарського родовища залізної руди, що запропонували вчені Інституту математики і механіки АН СРСР у Свердловську. За допомогою комп'ютера, математики розраховували черговість розробок ділянок гірничої маси в кар'єрах родовища.

➤ Перевіривши електрокардіограму хворого, програма може розрахувати оптимальні фізичні навантаження лікувальної фізкультури, кращий час прийняття процедур.

➤ Комбінатам потрібно з мінімальними відходами випустити продукцію від будівельних матеріалів до резонансних ялин, з яких виготовляють музичні інструменти. Традиційними методами з арифметичними і логарифмічними лінійками задачі планування поставок сировини і розподілу між комбінатами плану випуску продукції не розв'язеш. Тільки за допомогою методів математичного програмування ця задача була розв'язана. Кожному лісозаготівельному підприємству видається завдання, яке враховує і загальний план тресту, і можливості підприємства.

2.3.15. Математика та психологія

Спираючись на теорію психології творчості Я. А. Пономарьова [124], який стверджує, що розв'язати задачу можна лише шляхом поступового підйому по функціональним сходинкам її розв'язання, можна зробити висновок про ефективність поступового ускладнення математичних завдань для формування творчості учнів або студентів. Я. А. Пономарьов зазначає, що творчу діяльність необхідно змодельовати. Психологічне моделювання творчої діяльності не зводиться тільки до постановки умови задачі (наприклад, задачі

типу головоломки). Необхідно моделювати не стільки умову творчої задачі, скільки умови творчої діяльності. Ті дії, які виникають у вчителя та викладача в реальному процесі творчості, в навчанні мають планомірно викликатись і в учнів та студентів.

На думку психологів мисленнева задача – це задача завжди творча. Мислення виникає при розв'язуванні невідомих задач: для отримання результату в учня немає готових засобів, мислення направлене на пошук ще невідомих учневі способів перебудови ситуації. Візьмемо, наприклад, просту арифметичну задачу, кількісні відношення якої виражені через конкретні предмети, наприклад, груші або яблука. Дана задача вже складна для перших кроків психологічного аналізу: потрібно врахувати ту велику кількість різнорідних асоціацій, які з'являються в учнів при назві цих предметів. Характер задачі має давати можливість нівелювати знання, які отримані раніше й управляти ними. Це легше всього досягається коли використовується максимально штучна (математична!) задача.

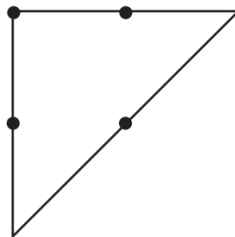
Важливе значення має правильна оцінка важкості задачі. Задачі можуть бути важкими навіть у пізнавальному ракурсі. Наряду з пізнавальною простотою задача має містити в собі непереборні для учнів психологічні труднощі, які б виключали в учнів можливість самостійного розв'язування. Задача має розкривати мислення у всій повноті і забезпечувати об'єктивність ходу розв'язання. Задача також має бути цікавою для учня, вона має захоплювати всю увагу учня і стимулювати його активність.

Відправною точкою для формування та діагностики творчих якостей особистості психологи використовують математичні задачі на кмітливість. Наприклад, розглянута Я. А. Пономарьовим задача «Чотири точки»: Дано 4 точки, які задані як вершини квадрата. Потрібно провести через ці точки три прямі лінії не відриваючи олівець від паперу так, щоб олівець повернувся у вихідну точку.

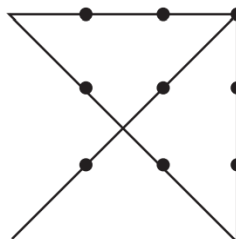
Вимога повернутись у початкову точку має розглядатись як необхідність накреслити замкнену фігуру. Три відрізка прямої, кожен із яких є продовженням іншого і не накладається на нього, утворюють трикутник. Розв'язання полягає в тому, щоб описати навколо квадрата трикутник. Для цього необхідно вийти за межі частини площини, обмеженої даними точками. Подібні задачі дають позитивний ефект тоді, коли в результаті безуспішних спроб учень набуває можливість до відбору несподіваних прийомів. Така задача має бути стимулюючою для учня в процесі розв'язування задач «Дев'ять точок», «Шістнадцять точок», «Двадцять п'ять точок», «Тридцять шість точок». Серія подібних задач може бути нескінченно продовжена. При цьому варто розуміти наступну закономірність: кількість точок має відповідати квадратам натурального ряду чисел; кількість ліній, якими необхідно з'єднати точки має збільшуватись на дві у відповідності до кожного наступного квадрата.

Отже, серія задач використовуваних психологом Я. О. Пономарьовим в експериментальних дослідженнях творчого мислення:

✓ *Задача «4 точки»*



✓ *Задача «9 точок»*



Розробка серії таких задач психолога Я.О. Пономарьова свідчить про його неабиякі математичні здібності. Він сам писав, що розпочав експериментувати з розв'язанням задач із безпосереднього інтересу до них, як свого роду

математичної головоломки. Він вивів формулу, що пов'язує число точок з мінімальною кількістю ліній, необхідних для їх закреслення: $y = (\sqrt{x} - 1) \cdot 2$, де y – кількість ліній, x – кількість точок, що збільшуються як квадрати натурального числа ряду чисел (9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, ...). В цілому цикл таких задач можна розглядати як складну пізнавальну задачу-проблему.

Однак важливіше інше - за використанням цих математичних завдань стоять важливі принципи, які включені в логічний взаємозв'язок психології творчості Я. О. Пономарьова.

2.3.16. Математика та сільське господарство

➤ За останні 40 років урожай зернової культури – пшениці у нашій країні зріс з 1 га більш, як у два рази. Цьому сприяли селекційна робота вчених, внесення мінеральних добрив, удосконалення агротехніки вирощування, технології збирання і збереження зерна. Наприклад, літак Ан-2 за день обробляє в 40-50 разів більше посівів, ніж тракторний обприскувач, економить 80 – 90 % трудових затрат.

➤ Для хімічного прополювання рослин використовують гербіциди. Якщо неправильно користуватися цими препаратами, то можна дуже забруднити навколишнє середовище.

➤ На основі теорії ймовірностей та математичної статистики формується новий напрям сільськогосподарської науки й техніки – терранавігація. Предмет її – створення наземних мобільних сільськогосподарських роботів – моботів.

➤ Вчені розробити математичний проект фенологічних прогнозів і біокліматичних оцінок. Запропоновано систему рівнянь, які дають можливість установити залежність життєдіяльності рослин від зовнішнього тепла. Для розв'язування цих рівнянь у польових умовах складено спеціальні графіки. Достатньо трафарет з кривими тривалості між фазових періодів накласти на

сітку середньо періодичних температур повітря, як дістанемо дати початку і кінця будь-якої фази розвитку рослин. За цими датами агроном може дізнатись про тривалість залежно від погоди тієї чи іншої фази, побачити якій із них загрожує затримка, і активно впливати на рослини з метою прискорення їх розвитку.

➤ Нехай потрібно перевірити вплив n видів мінеральних добрив на n видів пшениці. Для цього потрібно розбити поле на n^2 участків і використати на кожному участку свою комбінацію сорта пшениці та мінерального добрива. При цьому не можна не виключати, що на результат дослідження буде впливати різний вид ґрунтів полів та їх урожайність. Щоб виключити такий вплив, потрібно зробити так, щоб кожен сорт пшениці і кожний вид мінерального добрива зустрілись по одному разу в кожній стрічці і у кожному стовпчику прямокутника. Записавши в кожен клітинку назву сорту і мінерального добрива, отримуємо поєднану пару ортогональних латинських квадратів.

Ознайомимось з деякими задачами, що постають перед працівниками сільського господарства під час посівної кампанії.

- *Визначити норму висівання насіння пшениці, коли відомо, що на 1 га має рости 6 мільйонів рослин, а при визначенні господарської придатності насіння з'ясувалось, що маса 1000 зернин 40 г, чистота насіння 97 %, а схожість 93%.*

Розв'язання. Нехай на 1 га посіяли x (кг) насіння. Пшениця становитиме $0,97x$, решта будуть бур'яни і домішки, причому проросте тільки насіння із загальною масою $0,93 \cdot 0,97 x$, що має становити 6 мільйонів зернин. З рівняння $0,93 \cdot 0,97 x = 0,04 \cdot 6000$ визначимо норму висівання – 266 кг/га.

- *На яку норму висівання p (кг/га) відрегульовано сівалку. Якщо за n обертів колеса з неї висипалося m (у кг) насіння? Які параметри сівалки достатньо знати, щоб розв'язати задачу?*

Розв'язання. Оскільки площа S , яку засіває сівалка за один оберт колеса, визначається робочою шириною сівалки h й довжиною обода її колеса, то достатньо знати ці параметри.

Нехай робоча ширина сівалки h метрів. Довжина обода колеса c метрів. Оскільки за один оберт колеса сівалка засіває прямокутник площею $S = \frac{hc}{10000}$, то дістанемо рівняння $\frac{chp}{10000} = \frac{m}{n}$, з якого знаходимо $p = \frac{10000m}{chn}$.

Обчислену експериментально величину p порівнюємо з нормою висівання N даної культури і, якщо потрібно, так відрегулюємо роботу сівалки, щоб $p = N$.

- *Для внесення мінеральних добрив придбали 2000 кг. Але в середньому щорічно втрачається до 1,5% добрив (на складах, в розкидачах, випаровується). Обчислити втрату добрив за один рік, два роки, п'ять років?*
- *Потрібно викопати силосну яму об'ємом $V = 32 \text{ м}^3$, з квадратним дном таких розмірів, щоб на оббивку її днища і стін пішла найменша кількість матеріалу. Які повинні бути розміри ями?*
- *Для підживлення зернових культур на поле привезли аміачну селітру, яку зсипали в конічну купу висотою 1,5 м і діаметром основи 4 м. Яку площу можна підживити привезеною селітрою, якщо густина селітри 800 кг/м^3 , а на 1 га вноситься 360 кг селітри ?*

2.3.17. Математика та спорт

➤ В легкій атлетиці вкрай важливі арифметичні розрахунки при розбігові пригуна в довжину і у висоту для максимального результату.

➤ Видатний математик Г. Харді помітив багато спільного між математикою і грою в шахи. Розв'язання проблеми шахматної гри є не що інше, як математична вправа, а гра в шахи – це як насвистування математичних

мелодій. Форми мислення математика і шахіста досить близькі, тому не випадково, що математики часто бувають здібними до гри в шахи.

➤ При плануванні тренувального процесу, в обов'язковому порядку проводиться математичний розрахунок різних видів тренувальних вправ та навантажень на організм. Також розраховується збалансована дієта для спортсменів. Не провівши математичного моделювання того чи іншого тренування, не можна давати навантаження спортсмену, оскільки в процесі враховуються ріст, вага, частота серцевих скорочень в хвилину, показники артеріального тиску. Для підготовки плавця Олександра Попова (багаторазового чемпіона світу, Європи, олімпійського чемпіона) його тренер Геннадій Турецький використовував комп'ютерну модель, яка дозволила виявити і відпрацювати оптимальну для плавця техніку гребка, що дає максимальну швидкісну ефективність.

➤ Під час руху на спуску тулуб лижника має бути паралельно до схилу, щоб уникнути опору повітря. Лижник має знати закони, що дозволяють йому рухатися з великою швидкістю. Залежно від дистанції можна рухатися, працюючи лижними палицями по черзі. Це дозволить економити сили для фінішу. А ось якщо потрібно розвинути велику швидкість або зробити ривок, то лижник працює одночасно двома палицями. *Висновок:* Одночасні відштовхування руками і ногами призводять до більшої швидкості, ніж поперемінні ходи.

➤ Визначення оптимального складу на гру в футбольному матчі, оптимальної розстановки гравців на футбольному полі, в тому числі – облік командної взаємодії та багато іншого – неможливо без застосування математики. Вдалося довести, що оптимальна стратегія у виграші чемпіонату з футболу може включати і такий варіант, як поразку в окремих матчах.

➤ Іспанець Луїс Пачеко де Нарвасс, автор книги «Великі шпаги» розвинув теорію фехтування, засновану на математичних принципах.

➤ В сучасній економіці спорту доволі широко використовують математичний апарат – аналізуються графіки різних залежностей, виводяться математичні формули, проводиться математична обробка статистичних даних. Також використовуються елементи стохастики для прогнозування спортивних результатів.

- *Два лижних загони йшли з однаковою швидкістю; один пройшов 112 км, другий – 96 км. Скільки часу йшов кожний загін, якщо їх швидкість була найбільша з усіх можливих швидкостей, що виражаються числом цілих кілометрів за годину?*

Розв'язання. Щоб знайти число годин руху кожного загону, треба відстань, яку пройшов кожний загін, поділити на швидкість руху за годину. За умовою швидкість обох загонів однакова, вона виражається цілим числом кілометрів, отже, швидкість за годину – це найбільший спільний дільник 112 і 96. Знайдемо НСД (112; 96).

$$112 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7; \quad 96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НСД}(112; 96) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16;$$

Число годин руху першого загону – 7 і другого – 6 годин.

Відповідь. 7 год, 6 год.

- *У футбольному турнірі зіграно 480 матчів, причому кожна команда грала з усіма іншими на своєму та на чужому полі по одному разу. Скільки всього футбольних команд брало участь у турнірі?*
- *Дві дівчини і троє хлопців обирають спортивну секцію. До секції художньої гімнастики приймають тільки дівчат, до секції греблі і боксу – тільки хлопців, а до волейбольної і футбольної секцій – і дівчат, і хлопців. Скільки існує способів розподілу між секціями цих п'ятьох осіб?*

2.3.18. Математика та хімія

➤ Ще в 1741 р. М. В. Ломоносов у своєму творі «Елементи математичної хімії» писав: «якщо математики із зіставленням багатьох ліній виводять багато істини, то і для хіміків я не бачу ніякої іншої причини, внаслідок якої вони не могли б вивести великі закономірності з такого виду наявних дослідів, окрім незнання математики».

➤ Математична хімія — галузь дослідження, що займається застосуванням математики до хімії, а саме використання математичного моделювання до хімічних явищ.

➤ Математика для хіміків – це, в першу чергу, корисний інструмент розв’язання багатьох хімічних задач. Функціональний аналіз і теорія груп широко застосовуються в квантовій хімії, теорія ймовірностей становить основу статистичної термодинаміки, теорія графів використовується в органічній хімії для передбачення властивостей складних органічних молекул.

➤ Розглянемо рівняння $12x + y = 16$. Для математика - це рівняння описує пряму лінію на площині. Воно має нескінченно багато розв’язків, в тому числі і цілочисельних. А для хіміка вираз $12x + y$ описує молекулярну масу вуглеводню C_xH_y (12 - атомна маса вуглецю, 1 - водню). Молекулярну масу 16 має єдиний вуглеводень - метан CH_4 , тому тільки одне розв’язання даного рівняння має хімічним зміст: $x = 1, y = 4$.

➤ Симетрія – дуже поширене явище в хімії: практично всі відомі молекули або самі мають симетрією будь-якого роду, або містять симетричні фрагменти. В хімії важче виявити несиметричну молекулу, ніж симетричну.

➤ Центральна симетрія вплинула на сучасні уявлення про будову атома та молекул. Аналіз, основою якого є поняття симетрії, відіграє основну роль під час вивчення кристалічної структури речовини. Наявність чи відсутність центра симетрії в кристалі впливає не тільки на його форму, але й на фізичні властивості.

- *Скільки грамів 32%-ного розчину нітратної кислоти необхідно додати до 600 г 80%-ного розчину тієї самої кислоти, щоб одержати 64%-ний розчин?*
- *Для приготування порцеляни беруть білу глину, пісок і гіпс у відношення 25:2:1. Скільки кожного з цих матеріалів треба взяти, щоб отримати 280 кг суміші, з якої виготовляють порцеляну?*

2.3.19. Математика та швейна діяльність

➤ Для швачки математична грамотність посідає вагоме місце. Швачці потрібно вміти здійснювати розкрій тканини згідно розмірів, обчислювати розмір викройки різних по формі деталей.

➤ Швачка працює з різними одиницями виміру довжини, і при цьому має так розкрити деталі одягу, щоб на його пошив було витрачено якомога менше тканини (Площі поверхонь тіл).

➤ Швачці потрібно знати і вміти знаходити площі криволінійних фігур (інтеграл та його застосування); здійснювати розкрій виробу в залежності від розміру та розкладки лекал (похідна та її застосування).

➤ Пропорції фігури теж важливі у швейній професії та зустрічаються в темі «Пропорції» та «Відсотки».

➤ Розкладка лекальних деталей на тканини та перенесення крейдових ліній з однієї деталі на іншу має тісний зв'язок з темою «Кути і перетворення фігур у просторі».

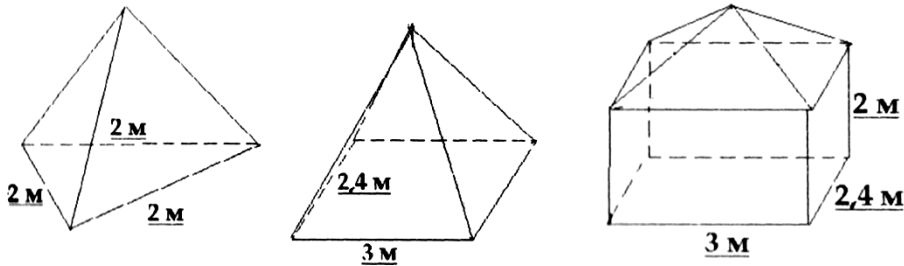
- *Скільки квадратних метрів тканини потрібно взяти, щоб пошити спідницю типу «сонце» для дівчинки з обхватом талії 45 см? Бажана довжина спідниці — 30 см.*

Розв'язання. Для розв'язання цієї задачі потрібно знати, який крій має спідниця типу «сонце».

Оскільки обхват талії (тобто довжина внутрішнього кола) дорівнює 45 см, то його діаметр $AB = 45:3,14 = 14,3$ (см). Тоді діаметр зовнішнього кола $CD = 30+30+14,3 = 74,3$ (см).

Якщо припустити, що це сторона квадрата, з якого потрібно виготовити відповідний крій, то його площа $S = 0,6$ м².

Відповідь. 0,6 м².



- Скільки тканини піде для пошиття таких палаток, якщо кожна має висоту 2,8 м. ?
- На малярний валик діаметром 8 см і довжиною 25 см потрібно зшити шубку. Скільки потрібно тканини, якщо напуск на шов 1 см?
- Скільки квадратних метрів потрібно для пошиву капелюха карнавального костюма? Для обчислення обрати розміри: розмір капелюха — 54 см; висота капелюха - 20 см; значення π взяти за 3.
- Із прямокутного шматка тканини розміром 5х8 дм² потрібно зшити косметичку найбільшого об'єму. Якої довжини повинна бути сторона квадратних куточків на викройці?

РОЗДІЛ 3. ТВОРЧІСТЬ У МАТЕМАТИЦІ

3.1. Вислови відомих людей

- Математика – це мистецтво називати різні речі одним і тим же ім'ям
(*А. Пуанкаре, французький математик, фізик, філософ*).

* * *

- Математик повинен бути поетом в душі (*С. В. Ковалевська, математик, письменниця, публіцист*).

* * *

- Справжня математика – найменш суха з усіх наук; вона відкриває широке поле для творчої фантазії та спекулятивних поглядів; сухість предмета залежить, так би мовити, від гілок, якими по світовому дереву підіймаються та спускаються (*С. В. Ковалевська, математик, письменниця, публіцист*).

* * *

- Математик, так само, як художник або поет, створює узори. І якщо ці узори стійкі, то лише тому, що вони складені з ідей. Узори математика, так само, як узори художника або поета, повинні бути прекрасні; ідеї, так само, як кольори або слова, повинні гармонійно відповідати один одному. Краса є перша вимога: в світі немає місця для непривабливої математики (*Р. Х. Харді, англійський математик*).

* * *

- Пам'ятайте, хочете навчитись плавати, сміливіше входьте у воду. Хочете навчитись математики, беріться за завдання. Кожне розв'язання є своєрідним мистецтвом пошуку (*М. П. Кравчук, український математик*).

* * *

- Рушійна сила математичної творчості – не міркування, а уява (*О. де Морган, шотландський математик*).

* * *

- Не можна бути справжнім математиком, не будучи трохи й поетом (*К. Вейєрштрасс, німецький математик*).

* * *

- Навчання мистецтву розв'язувати задачі – це виховання волі (*Дж. Пойа, математик*).

* * *

- Всі гадають, ніби математика – наука суха, що полягає вона в умінні рахувати. Це безглуздя. Цифри в математиці відіграють наймізернішу, найостаннішу роль. Це – найвища філософська наука, наука найбільших поетів (*М. В. Остроградський, математик і механік*).

* * *

- Математика – не тільки наука, а й мистецтво, і то прекрасне мистецтво. Естетичні почуття є, власне, головним стимулом праці для математика – теоретика (*Р. Сікорський, польський політик і державний діяч, політолог і журналіст*).

* * *

- Симетрія – широка тема, яка має велике значення для мистецтва і природи. Біля джерел симетрії лежить математика: щоб показати як працює математичне мислення, навряд чи можливо знайти щось краще, ніж симетрія» (*Г. Вейль, німецький математик*).

* * *

- Для людського розуму симетрія має, мабуть, цілком особливу привабливаючу силу. Нам подобається дивитись на появ симетрії в природі. На ідеально симетричні кристали, на сніжинки, нарешті, на квіти, які майже симетричні (*Р. Ф. Фейнман, американський фізик*).

* * *

- Математика вища є найвища музика, найвище мистецтво, це гармонія загальних ідей і інтуїції (*М. В. Бугаєв, російський математик і філософ*).

* * *

- Математика володіє не тільки істиною, а й найвищою красою – красою відточеною і суворою, ...піднесено чистою і такою, що прагне до справжньої досконалості, яка властива тільки найкращим зразкам мистецтва (*Б. Рассел, британський філософ, математик*).

* * *

- Математика – пісня розуму (*О. П. Казанцев, радянський та російський письменник-фантаст*).

* * *

- Ейлер у математиці – це Моцарт у музиці, Пушкін у поезії, Мікеланджело в живопису (*М. І. Кованцов, математик*).

* * *

- Хто не знає математики, не може взнати ніякої іншої науки і навіть не може виявити свого нецтва (*Роджер Бекон, англійський філософ, 1267р.*).

* * *

- «Математика... виявляє порядок, симетрію і визначеність, а це – найважливіші види прекрасного» (*Аристотель, давньогрецький вчений*).

* * *

- У математиці є своя краса, як у живопису та поезії (*М. Є. Жуковський, російський механік*).

* * *

- Математика – справа аж ніяк не тільки розуму, але також і фантазії... (*Ф. Клейн, німецький математик*).

* * *

- І математики – поети, і тих, і тих веде мета, і ті, і ті бажають злетів, усіх їх вабить висота (*Г. П. Бевз, український математик-педагог*).

* * *

- Математика має потрійну мету. Вона повинна давати інструмент для вивчення природи. Крім того, у неї є філософська спрямованість і, смію сказати, - естетична. Вона має заохочувати філософа до дослідження ідеї числа, простору і часу. До того ж знавцям вона дарує насолоду, схожу до тієї, яку отримують від живопису й музики. Вони захоплюються стрункою гармонією чисел і форм, їх вражає, коли нове відкриття розгортає перед ними неочікувані перспективи... Щоправда, лише небагатьом обраним дарований привілей відчувати це повною мірою. Але хіба не так само відбувається і з усіма високими мистецтвами? Тому я без тіні вагання скажу, що математику слід леліяти заради неї самої, а теорії, які не знаходять застосування у фізиці, треба вивчати так само, як і будь-які інші (*Анрі Пуанкаре, французький математик, фізик, філософ і теоретик науки*).

* * *

- Математика також може похвалитися творчою уявою, своїми чудовими теоремами, своїми доведеннями і методами, досконалість форми яких зробило їх класичними. Занадто вже «практичний» той, хто не може побачити поезії в математиці (*Вальтер Вайт, талановитий хімік*).

* * *

- У людей, які часто стикаються з математикою, врешті-решт з'являється почуття математичної витонченості використовуваних прийомів, здатність відчувати математичну красу теорій (*Поль Дірак, британський фізик*).

* * *

- Математика зачаровує нас, неначе квітка лотоса (*Аристотель, давньогрецький вчений-енциклопедист, філософ і логік*).

* * *

- Для мене знайти доведення математичної теореми дорожче, ніж здобути все персидське царство (*Демокрит, давньогрецький філософ-матеріаліст*).

* * *

- З усіх мов світу найкраща - це мова штучна, вельми стисла мова, мова математики (*Микола Лобачевський, відомий російський математик, творець неевклідової геометрії*).

* * *

- Незвична краса панує у царині математики, краса, подібна не так до краси мистецтва, як до краси природи; розважливий розум уміє цінувати цю красу так само, як і красу природи (*Ернст Куммер, німецький математик*).

* * *

- За покликанням насправді ми поети, тільки наш обов'язок – усе, що вільно творимо, ретельно пізніше доводити (*Леопольд Кронекер, німецький математик*).

* * *

- Щоб творити музику, треба любити музику, а не успіх (або, принаймні, музику не менше, ніж успіх). А щоб стати математиком, треба захоплюватися чарівністю закономірностей і логічною стрункістю законів (*Волтер Соєр, англійський математик педагог*).

* * *

- Якби в математиці не було краси, то, мабуть, не було б і самої математики. Бо яка ж тоді сила притягувала б до цієї нелегкої науки найбільших геніїв людства? (*Микола Чайковський, український математик*).

* * *

- Пізнати істинну красу рівнянь може тільки фахівець. Ця естетика - поки що для небагатьох. Але про те, що вона існує, мають знати всі, бо

інакше будь-які естетичні уявлення будуть обмежені (*Єремій Парнов, радянський письменник, публіцист і кінодраматург*).

* * *

- Математика – це широкий розкішний краєвид, відкритий усім, для кого мислення становить справжню радість (*В. Фухс, німецько-американський математик*).

* * *

- Він став поетом – для математики у нього не вистачило фантазії (*Давид Гільберт про одного зі своїх учнів*).

* * *

- У задачах з елементарної геометрії іноді доводиться використовувати дуже дотепні, тонкі прийоми; і той, хто в молодості пізнав їхню чарівність, ніколи їх не забуде (*Еміль Борель, французький математик*).

* * *

- Математика в усі часи була і залишається «першою красунею» серед наук і, отже, естетичні принципи науки найбільш яскраво виявляються в математиці (*Олександр Волошинов, доктор філософських наук, професор*).

3.2. Видатні математики та їх наукова творчість

Математика – галузь невтомного пошуку і захопливої до самозабуття праці. Іноді для розв’язування однієї задачі потрібні роки. Творчість вченого-математика подібна до творчості поета: як і в поезії, в математиці діють досить складні механізми пошуку та філігранне оформлення знайденого результату. Про математиків не прийнято говорити піднесено, хоча вони також заслуговують високих слів захоплення, які ми часто адресуємо митцям. Творчість математиків не виставляється на театральній сцені, про неї не говорять у репортажах з космосу, але вона присутня скрізь. Математична творчість викреслює орбіти космічних трас, гарантує міцність сталевих

атомоходів у океанських глибинах, визначає ритм роботи атомних реакторів тощо. Історію математики вчені зазвичай поділяють на чотири періоди:

- *Період зародження математики* — тривав приблизно до 6-5 століття до нашої ери. В цей період формувались поняття цілого числа і раціонального дробу, поняття відстані, площі, об'єму, створювались правила дій з числами та найпростіші правила для обчислення площ фігур і об'ємів тіл. Математика не мала ще форми дедуктивної науки, вона являла собою збірник правил для виконання певного роду дій. У всіх математичних текстах (єгипетських, вавилонських), що дійшли до нас, математичні знання викладалися саме в такій формі.
- *Період елементарної математики* — тривав від 6-5 ст. до н. е. до середини 17 століття. В цей період на основі невеликої кількості вихідних тверджень — аксіом будувалася геометрія як дедуктивна наука.
- Третій період (середина 17 ст. — початок 20 ст.) — *період дослідження змінних величин*. Природознавство і техніка дістали новий метод вивчення руху і зміни — диференціальне числення та інтегральне числення. Створився ряд нових математичних наук — теорія диференціальних рівнянь, теорія функцій, диференціальна геометрія, варіаційне числення та ін., що значно розширили предмет і можливості математики.
- Четвертий період — *період сучасної математики* — характеризується свідомим і систематичним вивченням можливих типів кількісних співвідношень і просторових форм. У геометрії вивчається вже не лише тривимірний простір, а й інші подібні до нього просторові форми. Характерними напрямками розвитку математики цього періоду є теорія множин, функціональний аналіз, математична логіка, сучасна алгебра, теорія імовірностей, топологія тощо.

3.2.1. Видатні математики періоду елементарної математики

Фалес Мілетський (грец. *Θαλῆς ὁ Μιλήσιος*, приблизно 624 до н. е. — 548 до н. е.) — давньогрецький математик, філософ

Фалес вважається першим носієм наукової думки в історії. У своїй творчості поєднував питання практики з теоретичними проблемами, що стосувались проблем Всесвіту. Фалес також має значні заслуги у створенні наукової математики. У нього вперше в історії математики зустрічаються доведення теорем. Якщо єгипетських землемірів задовольняла відповідь на питання «Як?», то Фалес, мабуть, першим у світі поставив питання «Чому?» й успішно відповів на нього. Нині відомо, що багато математичних правил були відкриті набагато раніше, ніж у Стародавній Греції. Але усі — дослідним шляхом. Строго логічне доведення правильності тверджень на підставі загальних положень, прийнятих за достовірні істини, було винайдено греками. Характерна і зовсім нова риса грецької математики полягає в поступовому переході за допомогою доведення від одного твердження до іншого. Саме такий характер математиці був наданий Фалесом. І навіть сьогодні, розпочинаючи доведення, наприклад, теореми про властивості ромба, ми, по суті, міркуємо майже так само, як це робили учні Фалеса.

Вважається, що Фалес першим познайомив греків з геометрією. Йому приписують відкриття і доведення ряду теорем: про поділ кола діаметром навпіл; про те, що кут, вписаний у півколо, є прямим (Теорема Фалеса про три точки на колі); про рівність кутів при основі рівнобедреного трикутника; про рівність вертикальних кутів; про пропорційність відрізків, утворених на прямих, що перетинаються декількома паралельними прямими (Теорема Фалеса (пропорційні відрізки)). Фалес установив, що трикутник повністю визначається стороною і прилеглими до неї кутами. Фалес відкрив цікавий спосіб визначення відстані від берега до видимого корабля. Деякі історики стверджують, що для цього він використав ознаку подібності прямокутних

трикутників. Фалесу приписують також спосіб визначення висоти різних предметів, зокрема пірамід, за довжиною тіні, коли сонце піднімається над горизонтом на 45 градусів.

Піфагор (грец. *Πυθαγόρας*, 570 до н. е., Сідон — 497 до н. е., Метапонт) — давньогрецький математик, філософ

Піфагор був першим, хто назвав Всесвіт «Космосом» через ту впорядкованість, яка йому притаманна. За його вченням основоположні принципи світобудови можна висловити мовою математики. Початком, що об'єднує всі речі, виступають числові співвідношення, які виражають гармонію й порядок природи: «Всі речі суть числа». У своєму прагненні досягнути вічну Істину Піфагор звертався до математики, вважаючи цю священну науку найкращим методом для досягнення й висловлення першопринципів, об'єднуючої сили космосу. З цієї точки зору, усе створене прив'язане до числових правил і пропорцій, які синтезовані числі десять — досконалому числі. До заслуг Піфагора (швидше, членів його ордену, оскільки в більшості випадків винаходи останніх за звичаєм приписувалися Піфагору) належить відкриття та доведення теореми Піфагора – однієї із ґрунтовних теорем евклідової геометрії. Піфагорові приписують й інші теореми: про суму внутрішніх кутів трикутника; про те, що площину навколо точки можна заповнити лише трьома видами правильних многокутників: рівносторонніми трикутниками, квадратами і правильними шестикутниками. Можливо, він знав теорему про те, що площі подібних фігур відносяться, як квадрати відповідних сторін, і був обізнаний з трьома правильними многогранниками: тетраедром, кубом і додекаедром. Сторонами додекаедра є правильні п'ятикутники. Якщо в правильному п'ятикутнику провести всі діагоналі, дістанемо піфагорійську зірку, або пентаграму, — улюблену фігуру піфагорійців. Піфагор увів загальноновизнаний тепер дедуктивний метод, суть якого полягає в тому, що, крім невеликої кількості прийнятих без доведень первісних положень, які

називаються аксіомами, всі інші твердження математики виводяться логічними міркуваннями. Найважливішою властивістю чисел піфагорійці вважали парність і непарність і першими ввели поняття парного і непарного числа, простого і складеного, розробили теорію подільності на два, дали кілька класифікацій натуральних чисел. У школі Піфагора було зроблено відкриття, яке започаткувало нову епоху в історії математики і завдало нищівного удару по піфагорійських поглядах на число. Шукаючи спільну міру між стороною і діагоналлю квадрата, піфагорійці відкрили, що ці відрізки спільної міри не мають, тобто не існує числа, яким би можна було виразити відношення цих відрізків. Доведення піфагорійцями несумірності сторони і діагоналі квадрата — перше відоме в історії математики доведення «від супротивного» (міркування, при якому виходять з істинності твердження, протилежного доводжуваному, і приходять до суперечності).

Гіппократ Хіоський (дав.-гр. *Ἱπποκράτης*, лат. *Hippocrates*; друга половина V століття до н. е.) — давньогрецький математик і астроном

Основна наукова заслуга Гіппократа — укладання першого повного зібрання геометричних знань. Він назвав його *Начала*, заснувавши тим самим традицію, якій після нього слідували багато вчених. Гіппократ Хіоський досліджував так звані гіппократові лунки — серповидні фігури, обмежені двома дугами кіл. За їхньою допомогою Гіппократ намагався вирішити проблему квадратури круга. Він знайшов три види таких лунок для яких можна побудувати рівновеликий квадрат, але розв'язати задачу у загальному вигляді йому не вдалося. У XIX ст. було доведено, що за допомогою циркуля і лінійки квадрувати круг неможливо. Гіппократ займався й іншою відомою задачею древності — подвоєння куба. Він звів її до задачі на вставку між двома даними відрізками двох середніх у неперервній пропорції.

Евдокс Кнідський (дав.-гр. *Εὐδοξος*, лат. *Eudoxus*; бл.408 до н. е. — бл. 355 до н. е.) — давньогрецький математик і астроном

Вводячи поняття змінної величини, Евдокс розглядав прямолінійні відрізки як безупинно змінювані, які з будь-яким ступенем точності можуть бути виражені за допомогою інших відрізків. Побудована Евдоксом теорія величин вважається сьогодні одним з найбільших витворів математики за всю її історію, яка стала основою для побудови теорії ірраціональних чисел. Теорія пропорцій Евдокса у математиці та теоретичному природознавстві встановила діалектичний взаємозв'язок дискретного і неперервного, арифметичного атомізму і геометричної континуальності величини. Теорія пропорцій була першою фундаментальною теорією, передвісницею функціональної залежності і теорії функцій змінного.

Евдокс отримав фундаментальні результати в різних областях математики. Наприклад, при розробці своєї астрономічної моделі він значно просунув сферичну геометрію. Однак, особливо велике значення мали створені ним дві класичні теорії: загальна теорія відношень та метод вичерпування (аналіз криволінійних фігур). На додаток до чисел Евдокс ввів ширше поняття геометричної величини, тобто довжини відрізка, площі або об'єму. З сучасної точки зору, число при такому підході є відношення двох однорідних величин — наприклад, досліджуваної і одиничного еталона. Цей підхід знімає проблему несумірності. По суті, теорія відношень Евдокса — це геометрична модель дійсних чисел. На початку своєї побудови Евдокс дав аксіоматику для порівняння величин. Всі однорідні величини можна порівнювати між собою, і для них визначені дві операції: відділення частини і з'єднання (взяття кратного). Евдокс розглядає відношення між величинами і визначає для них рівність. За допомогою методу вичерпування Евдокс строго довів ряд вже відомих в ті роки відкриттів (площа круга, об'єм піраміди та конуса).

Евклід (грец. *Ευκλείδης*; близько 365 — близько 270 до н. е.) — старогрецький математик і визнаний основоположник математики, автор перших теоретичних трактатів з математики, що дійшли до сучасності

Основний твір Евкліда називається «Начала». Створюючи свій підручник, Евклід включив в нього багато з того, що було створене його попередниками, обробивши цей матеріал і звівши його воедино. «Начала» складаються з тринадцяти книг. У створенні і розвитку науки Нового часу, «Начала» зіграли важливу ідейну роль. Вони залишалися зразком математичного трактату, що строго і систематично висловлює основні положення тієї або іншої математичної науки. Зазвичай про «Начала» кажуть, що після Біблії це найпопулярніша писемна пам'ятка старовини. Протягом двох тисяч років вона була настільною книгою школярів, використовувалася як початковий курс геометрії. «Начала» користувалися винятковою популярністю, і з них було знято безліч копій працюючими переписувачами. Згодом «Начала» з папірусу перейшли на пергамент, а потім на папір. Протягом чотирьох століть від винайдення книгодрукування «Начала» видавалися близько 2500 разів: в середньому виходило щорічно 6-7 видань.

Евкліду приписуються також створення катоптрики, яка присвячена математичній теорії дзеркал, зображенням утвореним на плоских та на сферичних дзеркалах, а також ділення канону — трактат з математичних основ музичної теорії.

Архімед (дав.-гр. *Ἀρχιμήδης*; близько 287 до н. е.— 212 до н. е.) — давньогрецький математик, фізик, інженер та астроном

Архімед вважається найвидатнішим математиком античності та одним з найвидатніших учених усіх часів. Він використовував метод вичерпування, щоб обчислити площу обмежену дугою параболи шляхом розрахунку суми нескінченного ряду і дав надзвичайно точне наближення числа π . Архімед

винайшов спіраль, що носить його ім'я, формули для обчислення об'ємів поверхонь обертання та оригінальну систему для вираження дуже великих чисел. Архімед зробив величезний внесок в розвиток математики.

У праці «Про коноїди і сфероїди» Архімед описав знаходження дотичної до спіралі Архімеда, знайшов площу її витка, а також площу еліпса, поверхні конуса і кулі, об'єми кулі та сферичного сегменту. Особливо він пишався відкритим у праці «Про кулю і циліндр» співвідношенням об'єм кулі й описаного навколо неї циліндра, що дорівнює 2:3. Архімед багато займався і проблемою квадратури круга. Вчений обчислив відношення довжини кола до його діаметра (число π). Він розглядав правильні многокутники вписані і описані навколо кола. Порівнюючи периметри многокутників можна визначити верхню і нижню границі для довжини кола. Цей метод дозволяв визначити з довільною точністю число π , як відношення довжини кола до діаметра. Архімед зробив оцінку для числа π . Спосіб мислення Архімеда при визначенні довжини кола і площі фігури був близький до методів диференціального й інтегрального числень, що з'явилися лише через 1800 років.

Велич Архімеда у тому, що користуючись типовими для свого часу математичними методами розв'язував нетипові задачі. Греки при розв'язуванні математичних задач мислили трикутниками, колами, прямими і дугами. Архімед також мислив геометрично. І в межах цього підходу, фактично проінтегрував параболу у праці «Про квадратуру параболи». Велику роль в розвитку математики зіграв його твір «Псамміт» або «Про число піщинок», в якому він показав, як за допомогою існуючої системи числення можна виражати як завгодно великі числа. Як привід для своїх міркувань він використовує задачу про підрахунок кількості піщинок у видимому Всесвіті. Тим самим було спростовано поширену на той час думку про наявність таємничих «найбільших чисел» й доведено нескінченність натурального ряду чисел.

Абу Абдулла Абу Джафар Мухаммад ібн Муса аль-Хорезмі

(біля 780 — біля 850) — великий узбецький математик, географ, історик

Аль-Хорезмі вперше виділив алгебру як самостійну дисципліну (термін походить від назви однієї з праць Аль-Хорезмі); його ім'я також дало назву терміну алгоритм. Ним було написано перше керівництво з арифметики, засноване на позиційному принципі. Мухаммад написав відому книгу «Кітаб аль-джебр ва-ль-мукабала» — «Книга про відновлення і зіставлення» (присвячена способам розв'язання лінійних і квадратних рівнянь), від назви якої утворилося слово «алгебра». Трактат з алгебри також включає розділ з геометрії, тригонометричні таблиці. Геометрична частина трактату присвячена, в основному, вимірюванню площ і об'ємів геометричних фігур (трикутник, квадрат, ромб, паралелограм, званий ромбоїдом, коло, сегмент кола, чотирикутник з різними сторонами і кутами, паралелепіпед, круговий циліндр, призма, конус).

Хайям Абу-л-Фатх Омар Ібн-Ібрахім (перс. *بن عمر ابوالفتح الדיن غياث*)

(*ذیشان وری خیام ابراهیم*, 1048—1131,) – видатний таджицький і персидський

математик, поет, астроном, філософ

Відомі два алгебраїчні трактати Хайяма. Він уперше дає означення алгебри як науки про розв'язування рівнянь, які потім стали називати алгебраїчними. Учений дає класифікацію лінійних, квадратних і кубічних рівнянь зі старшим коефіцієнтом, який дорівнює 1, визначає 25 канонічних видів рівнянь, в тому числі 14 видів кубічних. Загальним методом розв'язування рівнянь визнається графічна побудова додатних коренів за допомогою відшукування абсцис точок перетину кривих другого порядку — кола, параболи, гіперболи. Для кожного класу рівнянь добирається відповідна пара кривих, а потім визначається можливе число і межі додатних коренів рівнянь. Спроби розв'язати кубічні рівняння в радикалах не мали успіху, але вчений проникливо

завбачив, що це зробить «хтось з тих, хто прийде після нас». Ці відкривачі справді прийшли, тільки через 400 років. Ними були італійські вчені Дель Ферро і Н. Тарталья. Хайям перший зазначив, що кубічне рівняння може мати два корені, хоча й не побачив, що їх може бути й три.

Понад два тисячоліття вчених турбувала таємниця паралельних прямих. Багато уваги приділив їй і Хайям. Він був переконаний у справедливості знаменитого V постулату Евкліда, хоча й вважав його менш очевидним, ніж багато інших тверджень, які Евклід доводив. Хайям відкинув численні відомі йому спроби доведень V постулату як логічно неспроможні. Але, будучи впевненим, що постулат можна довести, він шукає і знаходить своє «доведення».

Хайям уперше виклав нову концепцію поняття числа, яка включає й ірраціональні числа. Це був справжній переворот у вченні про число, коли вже стираються грані між ірраціональними величинами і числами.

Гіяс-ад-дін Джамшид ібн Масуд аль-Каші (перс. دی شمس ج نی دل اثای غ
0831 تا شانه ی، 1429) – один з найвидатніших математиків і астрономів XV століття

У трактаті «Ключ арифметики» аль-Каші описує шістдесяткову систему числення. У цьому ж трактаті аль-Каші вводить десяткові дробі, формулює основні правила дії з ними і призводить способи перекладу шестидесяткових дробів в десяткові та навпаки.

У «Трактаті про коло» ал-Каші обчислює довжину кола за рецептом Архімеда - як середнє арифметичне між периметрами вписаного і описаного правильних багатокутників з числом сторін $3 \cdot 228$. Це дало йому для 2π наближення - 6,2831853071795865. Це значення, правильне у всіх 16 десяткових знаках, було отримане з обчисленого ним раніше в шістдесятковій системі значення з 9 знаками. Цим він поставив рекорд, який протримався до 1596 р, коли Людольф ван Цейла обчислив число π з 35 десятковими знаками.

Крім того, напевно можна сказати, що ця робота аль-Каші була першим історично зафіксованим прикладом переведення дробу з однієї системи числення в іншу. У «Книзі про хорди і синуси» аль-Каші запропонував ітераційний прийом розв'язування рівняння трисекції кута.

3.2.2. Видатні математики періоду дослідження змінних величин

Рене Декарт (1596 - 1650) - французький математик, філософ, фізик, фізіолог, основоположник аналітичної геометрії

Рене Декарт більше відомий, як великий філософ, ніж математик. Але саме він був піонером сучасної математики, його досягнення в цій галузі настільки видатні, що він по праву входить до числа великих математиків. Декарта разом з його співвітчизником П.Ферма вважають основоположником аналітичної геометрії. Він ввів метод прямолінійних координат, зручну алгебраїчну символіку, що збереглася до наших днів, дав поняття змінної величини і функції. Висловив закон збереження кількості руху, ввів поняття імпульсу сили. Праці Декарта рішуче вплинули на розвиток математики.

Ісаак Ньютон (англ. *Sir Isaac Newton* (сер Айзек Ньютон), 1643-1727) - англійський вчений, який заклав основи сучасного природознавства, творець класичної фізики та один із засновників числення нескінченно малих

Ісаак Ньютон встиг за своє життя зробити так багато, що і частка його відкриттів могла зробити його ім'я безсмертним. У галузі математики він завершив пошук і вдосконалення методів розв'язування знаменитих задач обчислення площ і об'ємів криволінійних фігур, проведення дотичних до кривих ліній у заданій точці. Вони охоплюють основи сучасного інтегрального і диференціального числення, або класичної вищої математики. Створення Ньютоном і Лейбніцом незалежно один від одного, аналізу нескінченно малих

відкрило нову епоху розвитку математики і всього математичного природознавства. Вклад Ньютона в математику не вичерпується створенням диференціального і інтегрального числення. Його праці зіграли також важливу роль в розвитку алгебри, аналітичної та проєктивної геометрії, вчення про числа.

Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646-1716) — видатний німецький логік,
математик, філософ, фізик

Лейбніц передбачив принципи сучасної комбінаторики. Створив першу механічну лічильну машину, здатну виконувати додавання, віднімання, множення й ділення. Незалежно від Ньютона створив диференціальне й інтегральне числення і заклав основи двійкової системи числення. У рукописах і листуванні, які було надруковано лише в середині 19 ст., розробив основи теорії детермінантів. Зробив вагомий внесок у логіку і філософію. Мав надзвичайно широке коло наукових кореспондентів, багато з ідей викладено в рукописах і листуванні, що ще й досі повністю не надруковано.

Микола Іванович Лобачевський (1792 - 1856) — відомий російський
математик, творець неевклідової геометрії

Праця «Про початки геометрії» (1829—1830) стала першою в світовій літературі серйозною публікацією по неевклідовій геометрії або геометрії Лобачевського. Лобачевський вважає аксіому паралельності Евкліда довільним обмеженням. З його точки зору, ця вимога занадто жорстка й обмежує можливості теорії, що описує властивості простору. Як альтернативу він пропонує іншу аксіому: на площині через точку, що не лежить на даній прямій, проходить більше ніж одна пряма, що не перетинає дану. Розроблена Лобачевським нова геометрія не включає в себе евклідову геометрію, проте евклідова геометрія може бути з неї отримана граничним переходом (при

прямуванні кривизни простору до нуля). В самій геометрії Лобачевського кривизна від'ємна. Усвідомлення того, що у евклідової геометрії є повноцінна альтернатива, справило велике враження на науковий світ і надало імпульс іншим новаторським ідеям в математиці і фізиці.

Лобачевський отримав ряд цінних результатів і в інших розділах математики: так, в алгебрі він розробив новий метод наближеного розв'язання рівнянь, в математичному аналізі отримав ряд тонких теорем про тригонометричні ряди, уточнив поняття неперервної функції тощо. У різні роки він опублікував кілька блискучих статей з математичного аналізу, алгебри та теорії ймовірностей, а також з механіки, фізики та астрономії.

Йоганн Карл Фрідріх Гаусс (нім. *Johann Carl Friedrich Gauß*, лат. *Carolus Fridericus Gauss*; 1777 - 1855) — німецький математик, астроном, геодезист та фізик

Характерними рисами досліджень Гаусса є надзвичайна їх різнобічність і органічний зв'язок у них між теоретичною і прикладною математикою. Праці Гаусса мали великий вплив на весь подальший розвиток вищої алгебри, теорії чисел, диференціальної геометрії, класичної теорії електрики і магнетизму, геодезії, теоретичної астрономії. У багатьох галузях математики Гаусс активно сприяв підвищенню вимог до логічної чіткості доведень. «Арифметичні дослідження» — перший великий твір Гаусса, присвячений окремим питанням теорії чисел і вищої алгебри. Постановка і розробка цих питань Гауссом визначили подальший розвиток цих дисциплін. Гаусс докладно розвинув тут теорію квадратичних лишків, уперше довів квадратичний закон взаємності — одну з центральних теорем теорії чисел. Гаусс розробив загальні методи розв'язання рівнянь виду $x^n - 1 = 0$, а також встановив зв'язок між цими рівняннями і побудовою правильних багатокутників, а саме: знайшов усі такі значення n , для яких правильний n -кутник можна побудувати циркулем і лінійкою, зокрема розв'язав у радикалах рівняння $x^{17} - 1 = 0$ і побудував

правильний 17-кутник за допомогою циркуля і лінійки. Це було першим після старогрецьких геометрів значним кроком уперед у цьому питанні. Одночасно Гаусс склав величезні таблиці простих чисел, квадратичних лишків і нелишків, значень усіх дробів виду від $p = 1$ до $p = 1000$ у вигляді десяткових дробів, доводячи обчислення до повного періоду (що іноді потребувало обчислення кількох сотень десяткових знаків). Дослідження Гаусса про поділ кола мали велике значення не лише для розв'язання цієї складної задачі. Мабуть, ще важливішим було те, що тут він заклав основи загальної теорії так званих алгебраїчних рівнянь, де коефіцієнти рівняння — комплексні числа. Дуже важливе значення має доведена Гауссом у 1799 р. основна теорема алгебри про існування кореня алгебраїчного рівняння.

Хоча Гаусс плідно працював у різних галузях науки, але він сам часто говорив: «Я весь відданий математиці». Математику він вважав царицею наук, а арифметику — царицею математики. В усних обчисленнях йому не було рівних. Він знав напам'ять перші десяткові цифри багатьох логарифмів і користувався ними при наближених обчисленнях усно. Через глибину, різносторонність, розкриття нових, невідомих до того законів природи в галузі фізики, геодезії, математики сучасники вважали Гаусса найкращим математиком світу.

Еварист Галуа (фр. *Évariste Galois*) (1811 — † 1832) — французький математик, засновник сучасної алгебри

Він прожив двадцять років, всього п'ять років з них займався математикою. Математичні роботи, що зробили його ім'я безсмертним, займають трохи більше 60 сторінок. В 15 років Галуа відкрив для себе математику й відтоді, за словами одного з викладачів, «був одержимий демоном математики». Роботи Галуа містили остаточний розв'язок проблеми про можливість розв'язання алгебраїчних рівнянь у радикалах, те, що сьогодні називається теорією Галуа і становить один з найглибших розділів алгебри.

Інший напрямок його досліджень був пов'язаний з так званими абелевими інтегралами і відіграв важливу роль у математичному аналізі XIX ст.

Пафнутій Львович Чебишов (рос. *Пафну́тий Льво́вич Чебышёв*; 1821-1894) — російський математик і механік

Характерні риси творчості П.Л.Чебишова — різноманітність областей дослідження, вміння отримати за допомогою елементарних засобів значні наукові результати і незмінний інтерес до питань практики. Дослідження П. Л. Чебишова відносяться до теорії наближення функцій многочленами, інтегрального числення, теорії чисел, теорії ймовірностей, теорії механізмів і багатьох інших розділів математики та суміжних галузей знання. У кожному зі згаданих розділів П.Л.Чебишов зумів створити низку основних, загальних методів і висунув ідеї, які намітили провідні напрямки в їхньому подальшому розвитку. Прагнення пов'язати проблеми математики з принциповими питаннями природознавства і техніки в значній мірі визначає його своєрідність як вченого. Багато відкриттів П.Л.Чебишова навіяні прикладними інтересами. Найбільш оригінальними, як по суті питання, так і за методом розв'язування, є роботи П. Л. Чебишова «про нові функції, що найменш ухиляються від нуля», роботи П. Л. Чебишова про інтерполювання, в яких він дає нові формули, важливі як в теоретичному, так і практичному смислах. Одним з улюблених прийомів П. Л. Чебишова, яким він особливо часто користувався, було застосування властивостей алгебраїчних неперервних дробів до різних питань аналізу. До робіт останнього періоду діяльності П. Л. Чебишова відносяться дослідження «Про граничні значення інтегралів» («*Sur les valeurs limites des integrales*», 1873). Абсолютно нові питання, поставлені тут П. Л. Чебишовим, розроблялися потім його учнями.

Георг Фердинанд Людвіг Філіпп Кантор (нім. *Georg Cantor*)

(1845- 1918) — німецький математик

Кантор вважається засновником теорії множин і зробив значний внесок у сучасну математику. Йому належить така характеристика поняття «множина»: це об'єднання певних, різних об'єктів, званих елементами множини, в єдине ціле.

Жюль Анрі Пуанкаре (1854-1912) - видатний французький математик,
фізик, філософ і теоретик науки

Пуанкаре називають одним із найбільших математиків всіх часів, а також одним із останніх математиків-універсалів, людиною, здатною охопити всі математичні результати свого часу. За тридцять з лишнім років напруженої творчої діяльності Пуанкаре залишив величні праці практично у всіх областях математичної науки. Фундаментальність та розмаїття пошуків зробили його загальноновизнаним лідером цієї науки в очах сучасників.

Давид Гільберт (1862-1943) - німецький математик.

Гільберт – математик-універсал, ім'я якого зустрічається майже в усіх розділах сучасної математики. В 1900 р. на Всесвітньому математичному конгресі (Париж) Гільберт сформулював 23 важливі математичні проблеми, вирішення яких, на його думку, сприяло б подальшому розвитку математики. «Ми, математики, часто оцінюємо свої успіхи міркою того, які з Гільбертових проблем пощастило досі розв'язати», - сказав відомий математик Г. Вейль. На сьогоднішній день розв'язано 21 проблему із його списку, тобто математикам ХХІ століття належить завершити почате і відкрити перед собою нові горизонти.

Андрій Андрійович Марков (1856 — 1922) — російський математик,
представник петербурзької математичної школи

У 1884-му А. А. Марков захистив докторську дисертацію, присвячену неперервним дробам, у якій довів і узагальнив деякі нерівності Чебишова, опубліковані раніше без доведень. А. А. Маркову належать також численні роботи з різноманітних розділів математичного аналізу. З кінця 1890-х років головним предметом досліджень вченого стала теорія ймовірностей. Тут він продовжив роботу свого вчителя П. Л. Чебишова і ввів новий об'єкт дослідження — послідовності залежних випадкових величин, що отримали надалі назву ланцюгів Маркова. Так називають послідовності випадкових величин, для яких ймовірність появи того чи іншого значення на $(k + 1)$ -му кроці залежить лише від того, яке значення ця величина прийняла на k -му кроці, і не залежить від значень величини на 1-му, 2-му, ..., $(k - 1)$ -му кроках.

Марковські ланцюги відразу після відкриття не знайшли практичного застосування, і вченому довелося застосовувати свої результати до розподілу голосних і приголосних букв у поемі О. С. Пушкіна «Євгеній Онєгін». Адже за приголосною часто йде голосна, а за голосною — приголосна, і в першому наближенні можна вважати, що ймовірність появи голосної на $(k + 1)$ -му місці залежить лише від того, голосною чи приголосною є буква на k -му місці. Але, як завжди буває з глибокими науковими результатами, надалі було виявлено набагато важливіші для практики області застосування марковських ланцюгів (наприклад, теорія масового обслуговування). З теорії марковських ланцюгів виникла загальна теорія випадкових процесів, яка застосовується при вивченні лавинних процесів та інших проблем. А. А. Марков виступав проти спроб підпорядкувати викладання математики в школі релігійним поглядам. Різкі випадки проти віри містяться в підручнику А. А. Маркова «Числення ймовірностей».

Норберт Вінер (1894 -1964) - видатний американський математик і філософ

Найбільш відомі праці в галузі математики по теорії ймовірностей та математичному аналізу. Вивчення аналогій між процесами, що протікають в електричних і електронних системах і в живих організмах привело Вінера до ідеї створення нової науки - кібернетики, яку він уявляв як єдину науку про керування. Видана в 1948 році праця Вінера «Кібернетика: керування і комунікація в тварині і в машині» справила великий вплив на розвиток світової науки. 1948 рік вважається роком народження кібернетики як науки.

3.2.3. Видатні математики періоду сучасної математики

Андрій Миколайович Колмогоров (1903 - 1987) - видатний радянський математик

А. М. Колмогоров отримав міжнародне визнання - був почесним членом багатьох іноземних академій і наукових товариств. А.М Колмогоров - один із основоположників сучасної теорії ймовірностей. Він написав книгу «Основні поняття теорії ймовірностей» (1936), де була побудована аксіоматика теорії ймовірностей. Ним отримані фундаментальні результати в топології, математичній логіці, теорії турбулентності, теорії складності алгоритмів. А. М. Колмогоров збагатив науку в багатьох інших галузях: математичній статистиці, функціональному аналізі, теорії диференціальних рівнянь і динамічних систем, теорії інформації, займався застосуванням математичних методів в теорії стрільби, лінгвістиці, біології. А.М.Колмогорова по праву вважають одним з найвидатніших учених ХХ століття.

Був членом в таких іноземних академіях та наукових товариствах як: Національна академія наук США; Нідерландська королівська академія наук; Академія наук Фінляндії; Лондонське математичне товариство; Міжнародний

статистичний інститут; Математичне товариство Індії. Йому були присуджені премії АН СРСР ім. П. Л. Чебишева і М. І. Лобачевського, Міжнародна Бальцанівська премія (1963), Міжнародна премія фонду Вольфа (1981), Медаль Гельмгольца Академії наук НДР, Золота медаль американського метеорологічного товариства.

Марков Андрій Андрійович (молодший) (1903 - 1979) — радянський математик, син відомого російського математика А. А. Маркова

Основними працями є праці з теорії динамічних систем, топології, топологічної алгебри, теорії алгоритмів та конструктивної математики. А.А. Марков довів нерозв'язність проблеми рівності в асоціативних системах (1947), проблеми гомеоморфії в топології (1958), створив школу конструктивної математики та логіки в СРСР, автор поняття нормального алгорифму. У 1969 році А. А. Маркову була присуджена премія АН СРСР імені П. Л. Чебишева [186].

Девід Мамфорд – американський математик

Навчався в Гарвардському університеті, де був учнем О. Зарицького. Основні роботи Д. Мамфорда лежать в області алгебраїчної геометрії, в якій він, продовжуючи традиції гарвардської школи, що йде ще від Зарицького, став одним з тих, хто скориставшись ідеями Гротендіка, зберіг старі традиції. У його роботах поєднуються як традиційна геометрична інтуїція, так і новітня алгебраїчна техніка, наприклад, побудова многовидів Пікара та багатьох просторів модулів, як давно відомих квазіпроективних многовидів. Велике значення мають його роботи з «патологій» в алгебраїчній геометрії, класифікації гладких проективних поверхонь, з теорії інваріантів і з класичної, але осучасненої теорії тета-функцій. Д. Мамфорд також працює в області штучного інтелекту. Є лауреатом Філдсівської премії (1974), а також премії

Вольфа з математики (2008) «За роботи, присвячені алгебраїчним поверхням, геометричній теорії інваріантів, і за розробку основ сучасної алгебраїчної теорії просторів модулів кривих та тета-функцій». [186].

Теренс Чи Шен Тао - видатний австралійський математик китайського походження

Працює у галузях гармонічного аналізу, диференціальних рівнянь з частинними похідними, комбінаторики, теорії чисел та теорії представлень. Професор Каліфорнійського університету в Лос-Анжелесі.

Спільно с Ваном Ву Тао довів циркулярний закон в теорії випадкових матриць. Т. Тао належить теоретико-імовірнісне посилення леми про регулярність Семереді, відоме як нерівність Тао. Спільно з Н. Х. Кацом і ін. Т. Тао отримав численні результати в проблемі множин Какеї в арифметичній комбінаториці. Ерхольц і Тао довели, що середня кількість розв'язків для проблеми $4/n$ Ердеша-Штраусса (усереднене за простими числами меншими за n) обмежена полілогарифмічною функцією від n .

У лютому 2014 року Тао анонсував результати з проблеми існування і єдиності гладкого рішення для усередненої версії тривимірного рівняння Нав'є-Стокса. Починаючи з 2000 року Теренс Тао стає володарем значної кількості престижних премій і нагород за роботи в області математики. Нагороджений медаллю Філдса в 2006 році. У 2010 році Тао отримав Міжнародну премію Короля Фейсала а також премію Неммерса з математики та Премію Пойа (SIAM). У січні 2012 року призовий комітет Шведської королівської академії наук оголосив про присудження Т. Тао (спільно з Жаном Бургейн) премії Крафорда «за їх новаторські роботи в теорії чисел, комбінаторики, функціональному аналізі та теоретичної інформатики».

В 2014 році він увійшов у лауреатську п'ятірку Премії за прорив в математиці. Теренсом Тао до теперішнього часу опубліковано більше 250 наукових робіт.

Вільям Тімоті Гауерс – англійський математик

В. Т. Гауерс є членом Королівського товариства, Роуз Болл професор математики на факультеті чистої математики і математичної статистики Кембриджського університету, членом Трінті-коледжу у Кембриджі. Він використав інструменти з комбінаторики для доведення деяких гіпотез Стефана Банаха про Банахів простір і побудував Банахів простір з майже відсутньою симетрією, яка виступає в якості контрприкладу ряду інших гіпотез. З Бернардом Море він розв'язав «проблему безумовно основної послідовності» в 1992 році, показавши, що не всякий нескінченновимірний Банахів простір має нескінченновимірний підпростір, що допускає безумовний базис Шаудера. Інша робота, яка виявилася дуже впливовою, є його доведення теореми Семереді по Фур'є – аналітичним методом. Він також зробив істотний внесок у комбінаториці, зокрема, вивчення регулярності для графів і гіперграфів. У 1999 році він був обраний членом Королівського товариства. На додаток до наукових робіт з математики. Відомий як популяризатор математики, зокрема книгою «Дуже короткий вступ в математику» (2002) де для неспеціалістів описана сучасна математика. У 2005 році він був консультантом фільму «Доведення», головні ролі в якому виконували Гвінет Пелтроу і Ентоні Хопкінс. Останнім часом він був редактором Принстонського супутника математики - об'ємної книги, виданої в 2008 році, яка представляє і досліджує розвиток різних галузей і понять сучасної математики. У 2009 році створив «The Polymath Project», де математики вирішують наукові завдання і пишуть статті, використовуючи коментарі в блогах. Перше завдання було «в цілому розв'язане» за 7 тижнів. У 1998 році він отримав Медаль Філдса за дослідження, пов'язані з функціональним аналізом і комбінаторикою. У 1996 році вчений отримав премію Європейського математичного товариства і в 1998 році Медаль Філдса за дослідження в функціональному аналізі і комбінаториці.

Ізраїль Мойсейович Гельфанд (1913 - 2009)— радянський та американський математик

Педагог українського єврейського походження, організатор математичної освіти (до 1989 — в СРСР, з 1989 — в США). Відомий своїми працями з функціонального аналізу, алгебри і топології. І. М. Гельфанд був одним з творців теорії нормованих кілець (банахової алгебри), яка пізніше лягла в основу теорії кілець з інволюцією і теорії нескінченномірних унітарних зображень груп Лі. І. М. Гельфанд розробив цю теорію разом з Марком Ароновичем Наймарком, що має важливе значення для теоретичної фізики. І. М. Гельфанд є автором понад 800 наукових статей і близько 30 монографій.

Почесний член Московського математичного товариства (1971), Американського математичного товариства (1966) та Лондонського математичного товариства (ЛМО) (1967). Основними відзнаками і нагородами є премія Вольфа в математиці (1978) де він став перший її лауреатом, медаль Вігнера Міжнародного союзу з теорії груп у фізиці (Wigner Medaille, 1980), премія Кіото (Японія, 1989) і Лерой П. Стіл за видатні досягнення впродовж всієї кар'єри (Leroy P. Steele Prize for Lifetime Achievement — вища нагорода Американського математичного товариства, 2005). Лауреат стипендії Макартюра (MacArthur Fellowship, англ., 1994).

Річард Евен Борхердс – британський математик

Працює в галузях теорії груп, теорії чисел та геометрії. Найбільш відомий через свої роботи, що пов'язують скінченні групи з іншими галузями математики. Р. Е. Борхердс також працює над математично строгим формулюванням квантової теорії поля. Нагороджений медаллю Філдса в 1998 році. В 1978 році одержав золоту медаль на Міжнародній олімпіаді з математики. У 1992 нагороджений Премією Вайтгеда Лондонського математичного товариства [186].

Сер Ендрю Джон Вайлс – американський математик

Професор математики Принстонського університету, завідувач його кафедри математики, член наукової ради Інституту математики Клея.

Дж. Вайлс працював над арифметикою еліптичних кривих з комплексним множенням методами теорії Івасави. Однією з головних подій у його кар'єрі стало доведення *Великої теореми Ферма*: Дж. Вайлс за допомогою свого колишнього аспіранта Річарда Тейлора знайшов технічний метод, що дозволив завершити доведення 1995 року. Працювати над теоремою Ферма він почав влітку 1986 одразу після того, як Кен Рібет довів, що теорема Ферма випливає з гіпотези Таніями - Сімура у разі напівстабільності еліптичних кривих. Робота Уайлса над Великою теоремою Ферма знайшла відображення в мюзиклі «Велике танго Ферма» Лесснера і Розенблума. Дж. Вайлс і його робота згадані в епізоді «Facets» серіалу «Star Trek: Deep Space Nine». Ендрю Вайлс є лауреатом багатьох міжнародних премій з математики, в числі яких: Премія Шоку (1995), Премія Коула (1996), Нагорода Національної Академії Наук з математики Американського математичного співтовариства (1996), Премія Островскі (1996), Королівська медаль (1996), Премія Вольфа (1996), Премія Вольфскеля (1997), Срібна тарілка від Міжнародного Математичного Союзу (1998), Премія короля Файзала (1998), Нагорода Математичного Інституту Клея (1999), Приз Шоу (2005).

Сер Роджер Пенроуз – англійський фізик і математик

Активно працює в різних областях математики, загальної теорії відносності та квантової теорії; автор теорії твісторів, відомий також своїми науково-популярними книгами з космології та теорії штучного інтелекту.

В 1967 році Р. Пенроуз розробив теорію твісторів, в основі якої лежить відображення Р. Пенроуза, що відображає геометричні об'єкти простору Мінковського на чотиривимірний комплексний векторний простір твісторів. У

У 1974 році Роджер Пенроуз здобуває широку популярність як винахідник мозаїки Пенроуза, що дозволяє за допомогою всього лише двох плиток простої форми замінити нескінченну площину візерунком, що ніколи не повторюється. У 1984 році подібні структури були знайдені в розташуванні атомів квазікристалів. 1990-х роках спільно зі Стюартом Хамероффом розробив теорію квантового нейрокомп'ютинга Хамероффа - Пенроуза на основі «Orch OR» моделі свідомості. Відповідно до цієї теорії, активність мозку розглядається як істотно квантовий процес.

Серед його нагород - премія Вольфа (1998, спільно з Стівеном Гокінгом), медаль Коплі (2008), премія Альберта Ейнштейна і медаль Королівського товариства. У 1994 за видатні заслуги в розвитку науки королевою Англії йому було надано лицарський титул. У 2000 році був нагороджений математичною премією - Гиббсовська лекція, що присуджується щорічно за значні роботи в галузі прикладної математики. У 2001 році нагороджений медаллю де Моргана - вища премія Лондонського математичного товариства, що вручається математикам, які працюють у Великобританії. 18 січня 2006 року Роджер Пенроуз отримав нагороду «2006 Communications Award of the Joint Policy Board for Mathematics» за видатні досягнення в освіті математики нематематиків.

Кертис МакМаллен – американський математик

Професор математики Гарвардського університету 1980 року К. МакМаллен закінчив коледж імені Вільямса та захистив докторську дисертацію в 1985 році під керівництвом Денніса Саллівана в Гарвардському університеті. Лауреат премії Філдса 1998 року за наукову працю в галузі голоморфної динаміки, геометрії Лобачевського та теорії Тайхмюллера. Був нагороджений премією Салема в 1991 році, а також обраний до Національної академії наук США у 2007-му. [186].

Саймон Кіруон Дональдсон – англійський математик

Працював над топологією гладких (диференційовних) чотиривимірних многовидів. Нині є членом Лондонського наукового королівського товариства, професором чистої математики і президентом Інституту математичних наук Імперського коледжу в Лондоні. Ще аспірантом Дональдсон одержав у 1982 році результат, який приніс йому славу. Цей результат був опублікований у 1983 році у статті Самодуальні з'єднання і топологія гладких 4-многовидів. За словами Атія, стаття «приголомшила математичний світ» (Атія 1986).

Одні з перших результатів С. К. Дональдсона дали жорсткі обмеження на форму перетину гладкого чотиривимірному многовиду. Як наслідок, широкий клас топологічних чотиривимірних многовидів зовсім не допускають будь-якої гладкої структури. Дональдсон також одержав поліноміальні інваріанти в калібрувальній теорії. Це були нові топологічні інваріанти чутливі до основної гладкої структури чотиривимірних многовидів. Вони дозволили вивести існування «екзотичних» гладких структур - деякі топологічні 4-многовиди можуть нести нескінченне сімейство різних гладких структур.

У 1986 році вчений отримав Медаль Філдса, нагороджений у 1994 році премією Крафорда. У лютому 2006 році професор С. К. Дональдсон був нагороджений Міжнародною премією короля Фейсала в галузі науки за його роботу в суто математичній теорії, пов'язаній з фізикою, які допомогли у формуванні розуміння законів матерії на суб'ядерному рівні. У квітні 2008 року він був нагороджений премією Неммерса в галузі математики, однією з найпрестижніших математичних премій Північно-західного університету.

Джон Віллард Мілнор – американський математик

Закінчив Принстонський університет. Учень відомого тополога Р. Фокса. Працював в Інституті перспективних досліджень в Принстоні і в Університеті Стоуні-Брук. Основні роботи Мілнора присвячені диференціальній топології.

Одним з головних результатів Д. В. Мілнора є доведення існування 7-вимірних сфер з нестандартною гладкою структурою. Пізніше, спільно з Мішелем Кервером, він показав, що 7-вимірна сфера має 15 гладких структур (28, якщо враховувати орієнтацію).

Важливі його результати в області К-теорії і динамічних систем. Також Дж. Мілнор є видатним педагогом – автором багатьох підручників. Лауреат Філдсівської премії (1962) і премії Вольфа (1989). Нагороджений Національною науковою медаллю США (1966) — за видатний вклад в області математичних наук. Медаль присуджується президентом США. Його дружина, Дьус Макдаффі, теж відомий американський математик. Лауреат Абелівської премії 2011 року. [186].

Віталій Давидович Мільман - радянський і ізраїльський математик

Відомий своїми роботами в області функціонального аналізу. Доктор фізико-математичних наук. Професор Тель-Авівського університету. Син математика Мільмана Давида Пінхусовича.

Розробив асимптотичну теорію нормованих просторів. В 1971 році В. Д. Мільман по-новому довів теорему Дворецького, що поклато початок розвитку асимптотичного геометричного аналізу (локальної теорії банахових просторів). У цій же роботі запропонував концепцію концентрації міри (концентрація Леві-Мільмана). У 1986 році описав обернену нерівність Брунна - Маньківського. Серед інших робіт - спектр-дисторції (ефект Рамсея - Дворецького - Мільмана).

Спільно з Михайлом Леонідовичем Громовим заснував журнал *Geometric and Functional Analysis*, головним редактором якого є. У 1996 році зробив пленарну доповідь на Європейському математичному конгресі, в 1986 і 1998 роках робив секційні доповіді на Міжнародному конгресі математиків. Був президентом Ізраїльського математичного товариства (2001-2002, 2015-2016).

Серр Жан-П'єр – видатний французький математик

З 1956 року професор в Колеж де Франс Паризького університету. Основні праці стосуються алгебри, алгебраїчної геометрії і топології многовидів. Нагороджений золотою медаллю і премією Дж. Філдса (1954). Жан П'єр Серр став наймолодшим володарем медалі Філдса в 27 років. член Паризької АН (1976), Американської академії мистецтв та наук в Бостоні (1960). Донині він зберігає це досягнення. Абелівська премія «За ключову роль у наданні сучасної форми багатьом галузям математики, включаючи топологію, алгебраїчну геометрію і теорію чисел» (2003) [186].

Майкл Френсіс Атія – англійський математик

Член Лондонського наукового королівського товариства (1962, в 1990-1995 рр. – його президент), член Паризької академії наук (1978), іноземний член Національної академії наук України, іноземний член Російської академії наук. Основні праці представлені в галузі алгебраїчної топології і теорії диференціальних рівнянь, алгебраїчній геометрії, де М. Ф. Атія під впливом робіт А. Гротендіка і в співпраці з Ф. Хирцебрухом створив К-теорію, відмовившись від когомологій як основного гомотопічного інваріанта і замінив їх так званим К-функтором. За допомогою К-теорії Атія разом з Р. Боттом довів теорему Атії-Ботта про нерухому точку і разом з І. Зінгером теорему про індекс еліптичного оператора, яка розв'язала задачу, яку поставив ще І. М. Гельфанд на початку 1950-х років. М. Ф. Атія і Р. Ботт узагальнили класичні результати І. Г. Петровського про гіперболічні рівняння з частинними похідними. У 1996 році був нагороджений Золотою медаллю і премією Дж.Філдса. У 2004 Норвезька Академія наук і літератури присудила М. Атьє і Айсадору М. Зінгер (США) премію Абеля «за їх відкриття і доведення теореми про індекс за допомогою топології, геометрії та математичного аналізу, а також за їх видатну роль в створенні нових зв'язків між математикою і теоретичною фізикою».

Герд Фалтінгс – німецький математик

З 1972 по 1978 рік він навчався математики і фізики в університеті Мюнстера. У 1978 році він отримав кандидатський ступінь з математики, а в 1981 році докторський ступінь з математики в університеті Мюнстера. Відомий своєю працею в арифметичній алгебраїчній геометрії.

У 1986 році був нагороджений Філдсовською медаллю за доведення гіпотези Морделла (про кінцівки безлічі раціональних точок на кривій алгебри виду $g > 1$). З 1995 року він був директором Інституту Макса Планка з математики в Бонні. У 1996 році він отримав премію Лейбніца від Німецького науково-дослідницького співтовариства, яка є найвищою нагородою для німецьких дослідників.

3.2.4. Видатні математики України

Багато визначних математиків стали зразками щирої відданості науці, патріотами свого народу. Щедра талантами українська земля подарувала людству не тільки чудових співаків, композиторів, письменників, а і визначних математиків.

➤ *Михайло Васильович Остроградський (1801-1862)*

М. В. Остроградському належить одне з найпочесніших місць в історії світової математичної науки. Народився Михайло Остроградський у селі Пашенна Кобеляцького повіту на Полтавщині. Він походив з відомого українського козацько-старшинського роду і завжди цим пишався. Непересічний талант, сміливий і гострий розум, висока математична ерудиція, знання сучасного природознавства дозволили Михайлу Васильовичу зробити першорядні відкриття в багатьох галузях математики і механіки. Діапазон наукової творчості М. В. Остроградського надзвичайно широкий:

диференціальне та інтегральне числення, алгебра, теорія чисел, диференціальна геометрія, теорія ймовірностей, математична фізика, варіаційне числення, аналітична механіка, теорія удару, балістика тощо. Критерієм цінності наукових праць він вважав практичне впровадження. Математики давно звикли до термінів: рівняння Остроградського, метод Остроградського, формула Остроградського-Гаусса, принцип Остроградського-Гамільтона. В наш час у наукових журналах з математичної фізики з'явилися нові терміни: механіка Остроградського, квантова теорія поля Остроградського, варіаційні принципи Остроградського. М.В.Остроградського було обрано іноземним членом Паризької, Туринської, Римської та Американської Академії наук. Він досяг вершин світочів математичної думки і ще за життя, – що в історії буває надзвичайно рідко, сучасники визнали його генієм.

➤ ***Георгій Феодосійович Вороний (1868-1908)***

Народився Г. Ф. Вороний у селі Журавка на Полтавщині. Він належить до когорти найвідоміших українських математиків минулого. Визнаний фахівцями як один із найяскравіших талантів у галузі теорії чисел на межі XIX-XX століть, Г.Ф. Вороний за своє життя встиг надрукувати всього дванадцять статей. Однак, вони дали поштовх для розвитку кількох нових напрямків в аналітичній теорії чисел, алгебраїчній теорії чисел, геометрії чисел, які нині активно розвиваються у багатьох країнах. Наукова творчість Г. Ф. Вороного стосується комп'ютерної графіки, аналітичної теорії чисел, геометричного моделювання, конструювання робіт, створення штучного інтелекту і застосовується в сучасних дослідженнях. Побудовані вченим математичні об'єкти, — діаграми Вороного, — в наші дні широко використовуються в багатьох актуальних напрямках науки, зокрема, в комп'ютерній графіці, геометричному моделюванні, створенні штучного інтелекту, розпізнаванні образів, конструюванні роботів, медицині, радіаційній фізиці, астрофізиці, кристалографії, археології тощо. Ними користуються вчені практично в усіх

країнах Європи, у США, Канаді, Японії, Австралії, Гонконгу, Новій Зеландії. Наш співвітчизник відомий у всьому світі: у м. Сеулі (Південна Корея) діє Дослідницький центр з діаграм Вороного, а 2004 року в Токіо (Японія) були започатковані щорічні (VD) Міжнародні конференції з діаграм Вороного. Г. Ф. Вороний захоплювався також грою в шахи і музикою, бував на симфонічних та камерних концертах, в оперному театрі.

➤ **Михайло Пилипович Кравчук (1892-1942)**

Народився М. П. Кравчук в селі Човниця на Волині. М. П. Кравчук - автор понад 180 робіт, в тому числі 10 книг із різних розділів математики (алгебра і теорія чисел, теорія функцій дійсної і комплексної змінних, теорія диференціальних та інтегральних рівнянь, теорія ймовірностей і математична статистика, історія математики тощо.) Ці наукові праці увійшли до скарбниці світової науки. Тепер існують на сторінках наукових досліджень многочлени Кравчука, моменти Кравчука, осцилятори Кравчука. Завдяки пошукам Івана Качановського, українського науковця зі США, виявилось, що наукові твори М. П. Кравчука прислужилися і для винаходу першого в світі електронного комп'ютера. Михайло Пилипович був людиною неабиякої ерудиції та культури. У 33 роки він став доктором фізико-математичних наук, у 37 - дійсним членом Всеукраїнської академії наук. Вільно володіючи кількома мовами, він підтримував наукові й особисті дружні стосунки з відомими математиками світу - Адамаром, Гільбертом, Курантом та іншими. Свої наукові праці писав різними мовами, але найбільше - рідною. У США, в музеї американської історії, зберігається лист американця Джона Атанасова, винахідника першого електронного комп'ютера, українському вченому: «Дорогий професоре Кравчук! Я знайшов Вашу серію публікацій, дуже корисну для моєї роботи. Я хотів би отримати копії будь-яких Ваших публікацій...». М. П. Кравчук належав до тих учених, чії праці відкривають нові шляхи в розвитку науки і передбачають напрямки її розвитку в майбутньому.

➤ ***Володимир Йосипович Левицький (1872-1956)***

Народився Володимир Левицький у Тернополі в старовинній родині священика. «Основоположник математичної культури нашого народу», - так сказав про Володимира Левицького академік Михайло Пилипович Кравчук. Великою заслугою В. Й. Левицького було те, що він зібрав і впорядкував матеріали з української математичної термінології, які були надруковані в 1903 р. Основною ділянкою наукової роботи професора В. Й. Левицького була теорія аналітичних функцій. Він займався також геометрією, алгеброю, диференціальними рівняннями та історією математики. Багато уваги приділяв теоретичній фізиці та астрономії. Володимир Йосипович Левицький написав майже 100 науково-популярних статей і перекладів. Свої праці він друкував українською, польською, німецькою, французькою, англійською та іспанською мовами. Саме професор В. Й. Левицький першим написав справжню фахову статтю з математики українською мовою, був незмінним редактором першого українського наукового часопису з природничих наук, першим згуртував навколо себе математиків-українців для наукової роботи.

➤ ***Мирон Онуфрійович Зарицький (1889-1961)***

Народився Мирон Зарицький на Тернопільщині в родині сільського священика. Наукові інтереси М. О. Зарицького охоплювали, головним чином, теорію множин з алгеброю логіки та теорію функцій дійсної змінної. Він досліджував похідні множини методами алгебри логіки, виходячи тільки з кількох основних аксіом і не користуючись іншими геометричними міркуваннями. Авторству професора М. О. Зарицького належать ґрунтовні праці з теорії множин, математичної логіки, теорії функції дійсної змінної, теорії ймовірностей та математичної статистики. Наукові дослідження М. О. Зарицького сягали світового рівня, на них посилалися автори фундаментальних монографій і всесвітньо відомі вчені математики. Коло інтересів професора М. О. Зарицького не обмежувалось однією математикою.

Він був обізнаний з природничими науками, з світовою літературою, філософією, захоплювався поезією. Володів вільно польською, німецькою і російською мовами. Наука була для нього хлібом насущним, потребою і насолодою, працею і відпочинком. Професора М. О. Зарицького називали «поетом формул».

➤ ***Віктор Михайлович Глушков (1932-1982)***

Наукова творчість В. М. Глушкова вражає своєю нестримністю. Його життя вистачило б на кілька життів. Діапазон його захоплень був надзвичайно широкий: філософія, математика, фізика, література, ботаніка. В дитинстві, заради улюбленої математики, в нього вистачило сил відмовитися від улюбленої гри в шахи. В. М. Глушков розв'язав п'яту узагальнену проблему Гільберта, одну з найскладніших в сучасній алгебрі. Авторитет В. М. Глушкова був феноменальним: у 1969 р. математик одержав понад сто запрошень, в яких йому пропонували прочитати лекції з різних питань кібернетики. Глушков В.М. створив теорію цифрових автоматів і теорію автоматизованого проектування комп'ютерів. Він є автором фундаментальних праць з теоретичної та прикладної кібернетики, з питань застосування кібернетичних методів в економіці. Започаткував українську школу з проблем штучного інтелекту й розпізнавання образів. Важливі результати В. М. Глушков дістав у галузі застосувань обчислювальної техніки в керівництві виробничими процесами та економіці.

➤ ***Юрій Львович Далецький (1926-1997)***

Юрій Львович Далецький – всесвітньо відомий математик, гордість вітчизняної науки. Основні праці вченого присвячені дослідженню сучасних проблем математичного аналізу, теорії ймовірностей, теорії диференціальних рівнянь і математичної фізики. Ним написано біля 200 наукових праць, серед них значну частину складають ґрунтовні статті та монографії, які перекладено

англійською мовою. До скарбниці світової літератури з математики і теоретичної фізики увійшла важлива формула Далецького-Троттера про мультиплікативне представлення еволюційного інтеграла. За вагомий внесок у розвиток національної освіти академіку НАН України Ю.Л.Далецькому присвоєно почесне звання – Заслужений діяч науки і техніки України.

➤ ***Юрій Олексійович Митропольський (1917-2008)***

Народився Ю.О.Митропольський на Полтавщині. Неможливо охопити той величезний внесок у розвиток сучасної науки, що мають ідеї та результати досліджень, які проводив Юрій Олексійович. За роки своєї майже 60-річної творчої наукової діяльності Ю.О.Митропольський отримав фундаментальні наукові результати в галузі асимптотичних методів нелінійної механіки, якісного аналізу нелінійних систем диференціальних рівнянь при збуреннях, дослідженні коливних процесів у нелінійних системах. Він автор більш ніж 750 наукових праць, серед яких 53 монографії, виданих багатьма мовами світу; підготував 100 кандидатів та 25 докторів наук. Указом Президента України № 30/2007 від 18 січня 2007 року за особливий особистий вклад в зміцнення наукового потенціалу України, видатні досягнення в розвитку і організації фундаментальних досліджень в області математики, багаторічну плідну діяльність Юрію Олексійовичу Митропольському присвоєно звання Героя України з врученням ордена Держави.

➤ ***Анатолій Михайлович Самойленко (1938р.)***

Народився А.М.Самойленко в с. Потіївка, Житомирської області. Перші наукові праці вченого з'явилися у 1961 р. За короткий час А.М.Самойленко став одним із провідних фахівців з якісної теорії звичайних диференціальних рівнянь і теорії нелінійних коливань. Спираючись на класичні досягнення попередників, він провів оригінальні й глибокі дослідження і побудував теорію збурення інваріантних тороїдальних багатовидів динамічних систем, створив

нові та розвинув відомі асимптотичні методи нелінійної механіки, розробив теорію багаточастотних коливань. Його досягнення у створенні нових напрямів наукової творчості в математиці знайшли міжнародне визнання. У світовій математичній літературі з'явилися терміни “функція Гріна-Самойленка”, “чисельно-аналітичний метод Самойленка” та ін. А.М.Самойленко – автор близько 400 наукових праць, у тому числі 30 монографій і 15 навчальних посібників. Багато його праць перекладено іноземними мовами і видано за кордоном.

➤ ***Ніна Опанасівна Вірченко(1930 р.)***

Народилася в селі Завадівка Корсунь-Шевченківського району Черкаської області. Український науковець, математик, доктор фізико-математичних наук, професор, віце-президент Академії Вищої школи України. Ніна Вірченко – одна з небагатьох жінок у світі, яка, займаючись проблемами математичної фізики, дістала міжнародне визнання. Вона член наукового Товариства ім. Тараса Шевченка, Американського, Австралійського, Бельгійського, Единбурзького, Лондонського і Всеукраїнського математичних товариств, Соросівський професор. Її ім'я внесено до двох видань книги «Хто є в світі» (міжнародний довідник), вона є героїнею першої з книг «Українки в історії». Про неї знято документальний фільм «Ужма (Україна — Жінка — Математика — Астрономія)». Н.О.Вірченко присвоєно почесні звання «Заслужений працівник освіти України» й титул «Українська мадонна», академічні нагороди ім. Ярослава Мудрого та медаль «Будівничий України».

3.3. Математичні відкриття українських науковців

Україна подарувала світу багато талановитих математиків, які, завдяки науковій творчості в математиці, зробили багато відкриттів:

- З численних і різноманітних наукових відкриттів **Михайла Остроградського** слід особливо відзначити його мемуари у галузі чистої математики, в яких виводиться загальна формула варіації кратного інтеграла (1834 р.), а також мемуари про інтегрування раціональних функцій. У галузі механіки Михайло Остроградський вдало розвинув думку Фур'є про те, що умови можливих переміщень іноді слід виражати нерівностями і вводити зв'язки, що залежать від часу (1834 р.). Починаючи з 1830-х років займався зовнішньою балістикою. Вивів рівняння руху снаряда, вивчав опір повітря, дію пострілу на лафет гармати. В теорії потенціалу розв'язав деякі задачі, що стосуються притягання сфери та сфероїда. Досліджував поширення тепла у твердих тілах, одержав рівняння поширення тепла в рідинах. У галузі математичної фізики він здійснив узагальнення прийому, що застосовується при інтегруванні рівнянь з частковими диференціалами. Представляє також інтерес його рішення про поширення тепла у призмі. У 1848 р. Михайло Остроградський запропонував оригінальний висновок канонічних рівнянь, досліджував інтеграли загальних рівнянь динаміки, а також вирішив ізопериметричну задачу. Оригінальним чином Михайло Остроградський вирішив питання гідромеханіки про рівновагу сферичного шару рідини. Особливо цінним виявився його мемуар (1854 р.), що містить повну теорію ударів.
- У 1862 році український математик **Михайло Ващенко-Захарченко** вперше систематично виклав операційне числення і застосував його до розв'язування диференціальних рівнянь.

- Головним результатом наукової творчості українського математика **Георгія Вороного** був опис загального кубічного поля цілих алгебраїчних чисел і побудова алгоритму для обчислення основних його одиниць, який згодом дістав назву «алгоритм Вороного». Новий метод для знаходження членів асимптотичного розвинення арифметичних функцій, що його запропонував Вороний у 1903 р., та формула підсумовування Вороного й тотожність Вороного, що ґрунтуються на згаданому методі, стали визначальними для подальших досліджень в аналітичній теорії чисел у ХХ ст. Найвизначнішими за глибиною одержаних результатів є дві останні великі монографії вченого (що були опубліковані у 1908—1909 рр.), які заклали основу нової галузі математики — геометрії чисел. Досягнення Георгія Вороного в області досконалих форм стали значним внеском в теорію квадратичних форм і значно стимулювали дослідження в цій області чистої математики.
- Головним результатом наукової творчості українського математика **Віктора Глушкова** є введення поняття кібернетики як наукової дисципліни з комплексною методикою досліджень, визначення проблеми найефективнішої взаємодії людини з машиною та визначення шляхів її розв'язання. Запропоновані ним побудови «око-рука», «читаючий автомат», самоорганізуюча структура поклали початок новим прикладним технологіям, унікальним розробкам, пов'язаних зі створенням штучного інтелекту. Під безпосереднім керівництвом академіка Глушкова розроблені та впроваджені в практику унікальні автоматизовані системи управління, що на той час (1960-1980) не мали аналогів у світі.
- Головним результатом наукової творчості українського математика **Юрія Далецького** є узагальнення мультиплікативного подання еволюційного оператора лінійних диференціальних рівнянь, поширивши його на

випадок нелінійних рівнянь, і застосування його до функціональних інтегралів у просторі хвильових траєкторій. Важливим внеском Ю. Л. Далецького в розвиток теорії міри було також визначення квазіміри в нескінченному просторі. В 60-х роках Далецький почав розвивати новий напрямок теорії стохастичних рівнянь на нескінченно мірних гладких різноманіттях. В 80-х й 90-х роках Ю. Л. Далецький продовжував дослідження мір на нескінченно мірних різноманіттях. Ю. Л. Далецьким виявлено взаємозв'язок між логарифмічною похідною гладкої міри і розширеним стохастичним інтегралом.

- Головним результатом наукової творчості українського математика **Юрія Митропольського** є створення алгоритму побудови асимптотичного розкладання нелінійних диференціальних рівнянь, що описують нестационарні коливальні процеси, а також розробив метод вивчення одночастотних процесів у коливальних системах з багатьма степенями свободи. Ю.Митропольський досліджуючи системи нелінійних диференціальних рівнянь, що описують коливальні процеси у гіроскопічних та сильно нелінійних системах, розвинув теорію інтегральних многовидів і метод усереднення.
- У 1965 році український математик **Анатолій Самойленко** запропонував і обґрунтував новий ефективний метод відшукування періодичних розв'язків суттєво нелінійних диференціальних рівнянь, який і досі відомий як «чисельно-аналітичний метод Самойленка». За допомогою методу послідовних заміन змінних, що характеризується прискореною збіжністю, і техніки згладжування А.Самойленку вдалося одержати ряд важливих результатів, що стосуються скінченно-гладких неконсервативних систем нелінійної механіки, і, зокрема, довести теореми про випрямлення майже паралельного векторного поля на торі довільної розмірності, про існування лінеаризуючого дифеоморфізму в

околі тороїдального многовиду, що замітається квазіперіодичною траєкторією, про звідність лінійних квазіперіодичних систем із майже постійними коефіцієнтами, а також про міру звідних систем цього класу. А. М. Самойленку належить розроблення ефективного методу дослідження задачі про збереження інваріантних торів при збуреннях. В основу свого підходу Анатолій Михайлович поклав введене ним же поняття функції Гріна лінійного розширення динамічної системи на торі (у сучасній математичній літературі це поняття відоме як функція Гріна-Самойленка). За допомогою апарату функцій Гріна йому вдалося не лише довести теореми існування стійких і гіперболічних інваріантних торів у рамках теорії збурень, а й одержати оптимальні результати про ступінь їх гладкості. Крім цього, не обмежуючись теоремами існування, одержаними за допомогою апарату функцій Гріна, А. М. Самойленко розвинув і обґрунтував наближений проективно-ітеративний метод відшукування інваріантних торів у вигляді збіжної послідовності тригонометричних поліномів. Ще один загальновизнаний цикл робіт Анатолія Михайловича пов'язаний з теорією систем з імпульсною дією. Монографія «Диференціальні рівняння з імпульсною дією» — перша у світовій літературі книга, в якій було викладено широкий спектр результатів, покладених в основу теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією. В 1995 році цю монографію було доповнено новими результатами та перекладено англійською мовою у видавництві World Scientific. Також разом з учнями було розроблено теорію знакозмінних функцій Ляпунова для вивчення дихотомії, глобально обмежених розв'язків та інваріантних многовидів лінійних розширень динамічних систем на торі, розвинуто теорію нетерових крайових задач для систем із запізненням, рівнянь з імпульсною дією, сингулярно збурених систем. Пізніше автори цієї теорії знайшли її ефективне застосування до досліджень задач про обмежені на всій осі розв'язки неавтономних

систем, що мають властивість експоненціальної дихотомії на півосях. Ще один напрям творчих наукових пошуків стосується вивчення резонансних явищ у багаточастотних системах, включаючи системи з повільно змінними параметрами. Виведені А. М. Самойленком витончені оцінки осцилюючих інтегралів, які виникають при вивченні процесу проходження траєкторією резонансних підмножин фазового простору, стали основою для одержання нових глибоких результатів з обґрунтування методу усереднення в коливних системах із числом частот більшим від двох.

- Головним результатом наукової творчості українського математика **Миколи Працьовитого** є фундаментальні результати про тополого-метричні й фрактальні властивості математичних об'єктів зі складною локальною будовою (сингулярних мір і розподілів ймовірностей, неперервних в жодній точці недиференційовних функцій, динамічних систем з фрактальними атракторами і репелерами, асимптотичних властивостей динамічних систем з конфліктною взаємодією, перетворень простору, що зберігають фрактальну розмірність тощо), які проливають нове світло на фрактальну геометрію як науку і фрактальну природу математичних моделей реальних об'єктів, процесів і явищ. М. В. Працьовитий є автором перших в Україні монографій присвячених фракталам.
- Молодий український математик і дослідник **Олександр Рубанов** присвятив вісім років вивченню процесів людського мозку. Розробка О.Рубанова у сфері військового ІТ має практичний характер, хоч і заснована на наполегливій науковій роботі. Свої знання математики О.Рубанов втілює у розробці шолому для снайперів, який допомагає уникнути помилки і врятувати життя бійцю. Інноваційний гаджет народився після низки досліджень, проведених в Мічиганському

університеті. У шолом «вбудовано» алгоритм правильних дій, створений на основі аналізу активності мозку снайперів, які здійснили успішні постріли. Система інтегрується з мозком людини, яка його вдягає і порівнює процеси у мозку «господаря» з наявним алгоритмом. Згодом шолом сигналізує або про правильність дій, або ж про те, що процес підготовки до пострілу треба почати заново. Розробкою українця вже користуються арабські та чилійські військові.

- Зовсім недавно світ здивувала молода українська вчена **Марина В'язовська**. Вона вирішила одну з найскладніших математичних задач сьогодення, над якою вчені билися вже кілька століть. Киянці, яка наразі мешкає в Берліні, вдалося вирішити задачу з комбінаторної геометрії. М.Вязовська придумала, як вкладати кульки в 8- і 24-мірному просторі. На практиці робота української вченої допоможе, зокрема, поліпшити передачу сигналу у Космосі. Її досягнення має велике значення для корекції помилок в мобільних телефонах, інтернеті і космічних дослідженнях. Зайнятися проблемою куль М.Вязовську надихнув київський математик Андрій Бондаренко, зазначивши, що дівчина має усі якості, аби впоратися з надскладною задачею.

3.4. Творчість у розв'язуванні математичних задач

Іноді вчителі математики переконані, що забезпечити збудження інтересу учнів у процесі навчання математики можна тільки за допомогою ігрових ситуацій, інтерактивних технологій, якісної наочності або використання комп'ютерних технологій. Важливо, щоб вчитель математики усвідомлював, що значні можливості для збудження пізнавального інтересу учнів, формування їх творчих якостей у процесі навчання математики приховані в математичних задачах. Одна із специфічних особливостей навчання математики полягає в

тому, що саме в процесі методично грамотного розв'язування вдало відібраних задач можуть бути створені оптимальні умови для формування та розвитку творчих якостей особистості.

Розглянемо конкретну ситуацію. З метою формування математичної компетентності учнів із розв'язування стереометричних задач на знаходження геометричних величин у випадках із вписаними та описаними призмами, розв'язуємо задачі на різні види прямих призм: трикутні (в основі – правильний трикутник, рівнобедрений трикутник або довільний трикутник), чотирикутні (в основі – квадрат, прямокутник, ромб, паралелограм або довільний чотирикутник). Як виявилось, в учнів формується певний стереотип мислення. Доречним, у цьому відношенні, є розгляд наступної задачі:

✓ *У пряму призму вписано кулю, радіус якої дорівнює 4 см. Знайдіть площу основи призми, якщо площа її бічної поверхні дорівнює 48 см^2 .*

Перше враження – маємо справу із стандартною стереометричною задачею. Ця зовнішня стандартність підштовхує до стандартних кроків. Через кілька хвилин учні скоріше за все попросять уточнити умову задачі, бо не вказано вид многокутника основи. А як же знайти площу, якщо ми не знаємо вигляду фігури, площу якої шукаємо? І малюнок виконати не можна, бо не знаємо вид многокутника в основі. Учні і, навіть студенти, як свідчить наш досвід, переконані, що умову слід скоректувати: неможливо знайти площу фігури не маючи про неї ніякої інформації. Задача провокує проблемну ситуацію: чи можливо знайти площу опуклого многокутника не знаючи його виду? Чи насправді в цій задачі відсутня будь-яка інформація про основу призми?

Якщо вчитель або викладач методично гарно скористається цією ситуацією й красиво представить розв'язання цієї задачі, то хвиля позитивних емоцій в учнів або студентів гарантована, пізнавальний інтерес збуджується,

що є необхідною умовою для формування та розвитку творчих якостей учнів та студентів.

Розв'язання. За умовою задачі в призму вписана куля, тому основою призми є многокутник в який можна вписати коло, радіус якого за умовою задачі дорівнює 4 см. Таким чином, площу многокутника основи можна шукати за формулою $S = \frac{1}{2}Pr$. Оскільки вписана в призму куля дотикається до обох основ призми, то $H = 2r = 2 \cdot 4 = 8$. За умовою задачі площа бічної поверхні призми дорівнює 48 см^2 , тому $P \cdot H = 48$, $8P = 48$, $P = 6$, де P – периметр многокутника основи. Таким чином, основа даної призми має площу: $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ (см}^2\text{)}$.

Появу в процесі розв'язування задачі формули $S = \frac{1}{2}Pr$, де P – периметр многокутника, в який можна вписати коло, а r – радіус цього кола, варто супроводжувати обґрунтуванням: $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$, де $S_1; S_2; S_3; \dots; S_n$, S_2, \dots, S_n – площі трикутників, на які розбивається даний многокутник, якщо з'єднати центр вписаного в нього кола з усіма вершинами даного многокутника:

$$S_1 = \frac{1}{2}a \cdot r; S_2 = \frac{1}{2}b \cdot r; S_3 = \frac{1}{2}c \cdot r;$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot r \cdot (a + b + c + \dots) = \frac{1}{2}r \cdot P, \text{ де } S \text{ – площа даного многокутника, } P \text{ –}$$

периметр, r – радіус вписаного в нього кола.

Наявність вказаної задачі в системі задач на уроці або занятті з математики дозволяє створити сприятливу атмосферу для усвідомлення учнями та студентами окремих важливих деталей творчого процесу розв'язування математичних задач. Робота над задачею викликає в учнів яскраві емоції, деяке здивування, стає певним прикладом збудження творчості в процесі розв'язування математичної задачі.

Наведемо ще приклади таких задач-перлинок:

✓ У трикутної піраміди площі двох граней дорівнюють S_1 і S_2 , їх спільне ребро - b , а двогранний кут між ними – 30° . Знайдіть об'єм піраміди.

✓ Площа діагонального перерізу правильної чотирикутної піраміди дорівнює m^2 , бічне ребро утворює з площиною основи кут α . Знайдіть об'єм піраміди.

✓ У пряму призму вписано кулю. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо площа її основи дорівнює 8 см^2 .

З метою забезпечення умов формування творчих якостей учнів або студентів, активізації їхнього мислення в процесі навчання математики, доречним вважаємо розгляд спеціально скомпонованих систем задач-перлинок. Розглянемо для прикладу наступну трійку задач:

✓ У пряму призму вписано кулю, радіус якої дорівнює 4 см . Знайдіть площу основи призми, якщо площа її бічної поверхні дорівнює 48 см^2 .

✓ Площа бічної грані правильної трикутної піраміди дорівнює S , а відстань від центра основи до бічної грані - d . Знайдіть об'єм піраміди.

✓ Бічні ребра трикутної піраміди попарно перпендикулярні й дорівнюють a , b , c . Визначити об'єм піраміди.

Методика розв'язування першої задачі розглянута нами вище. Друга задача, вказаної нами трійки задач, цікава, по-перше, можливістю навчити учнів правильно вказувати й обґрунтовувати відстань від точки до площини, в нашому випадку від основи висоти правильної трикутної піраміди до її бічної грані. По-друге, крім стандартного підходу шукати об'єм даної піраміди за формулою $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$, який тут буде відносно громіздким, корисно розглянути з учнями інший спосіб: розглянути об'єм вказаної піраміди, як суму об'ємів трьох рівних пірамід, об'єм кожної з яких дорівнює $V = \frac{1}{3} S d$, де S – задана

площа бічної грані, d - задана відстань від основи висоти правильної трикутної піраміди до її бічної грані, d в цьому випадку буде виступати висотою кожної із трьох пірамід, на які ми розбиваємо задану правильну трикутну піраміду. Отже, шуканий об'єм даної правильної трикутної піраміди дорівнює – Sd .

Третя задача вказаної добірки цікава тим, що крім стандартного, в даному випадку громіздкого способу знаходження об'єму, є чудовий спосіб, який полягає у здогадці покласти дану піраміду на одну із бічних граней. Тоді отримаємо піраміду в основі якої прямокутний трикутник, а висотою є бічне ребро, яке перпендикулярне до площини основи, тобто

$$V = \frac{1}{3} \frac{1}{2} abc = \frac{1}{6} abc.$$

Формування та розвиток знань та умінь учнів або студентів з математики значно залежить від майстерності вчителя та викладача відібрати або створити та оптимально використати в процесі навчання цілісну систему задач, в якій чітко вбачаються і навчальні, й розвивальні, й виховні, й прогностично-діагностичні функції. Наведемо ще приклади таких систем задач з явно вираженими розвивальними цілями:

• Для уроку повторення та систематизації знань та умінь на тему «Трапеція. Задачі на доведення» можна сконструювати таку систему навчально-розвивальних задач:

а) Доведіть, що коли висота рівнобічної трапеції дорівнює її середній лінії, то діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні.

б) Доведіть, що відрізок, який сполучає середини діагоналей трапеції, паралельний основам трапеції й дорівнює їх піврізниці.

в) Доведіть, що точка перетину діагоналей трапеції, точка перетину прямих, що містять бічні сторони трапеції, та точки, що є серединами основ трапеції лежать на одній прямій.

г) Через точку перетину діагоналей трапеції K проведено пряму паралельну основам трапеції, яка перетинає її бічні сторони відповідно в точках P і S . Доведіть, що $PK = KS = \frac{ab}{a+b}$.

д) Доведіть, що площу трапеції можна знайти, як добуток довжини бічної сторони трапеції на перпендикуляр опущений на неї із середини іншої бічної сторони.

•На уроці повторення та систематизації знань та умінь на тему «Трапеція. Задачі на побудову» доцільно розв'язати таку систему навчально-розвивальних задач:

а) Побудуйте рівнобічну трапецію за більшою основою, діагоналлю та тупим кутом.

б) Побудуйте рівнобічну трапецію за гострим кутом і діагоналлю, що є бісектрисою тупого кута.

в) Побудуйте трапецію за діагоналями і основами.

г) Побудуйте нерівнобічну трапецію за основою, бічними сторонами і різницею кутів при основі.

д) Побудуйте трапецію, якщо задані довжини всіх її сторін.

•Для уроку повторення та систематизації знань та умінь на тему «Трапеція. Задачі на дослідження» вчитель має, згідно попереднього задуму, розглянути, для прикладу, наступну систему навчально-розвивальних задач:

а) Дослідіть вид трапеції, якщо навколо неї можна описати коло.

б) За яких умов, менша основа рівнобічної трапеції дорівнює різниці більшої основи і бічної сторони?

в) Дослідіть властивості рівнобічної трапеції, якщо центр кола описаного навколо неї лежить на більшій основі трапеції.

г) Дослідіть вид трапеції, якщо вона рівновелика з прямокутним трикутником, дві сторони якого рівні діагоналям трапеції.

д) Дослідіть властивості трапеції, якщо точка перетину бісектрис її гострих кутів при основі трапеції, лежить на другій основі трапеції.

•На уроці повторення та систематизації знань та умінь на тему «Трапеція. Задачі на обчислення» вчитель може сконструювати таку систему навчально-розвивальних задач:

а) Діагоналі рівнобічної трапеції з основами 7 і 13 см взаємно перпендикулярні. Знайдіть висоту трапеції.

б) Діагональ прямокутної трапеції ділить гострий кут пополам, а висоту проведену з вершини тупого кута на відрізки у відношенні 5:3. Обчисліть периметр трапеції, якщо її менша основа дорівнює 30 см.

в) Коло, вписане в рівнобічну трапецію, поділяє точкою дотику бічну сторону на відрізки завдовжки 3 см і 27 см. Знайдіть висоту трапеції.

г) Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони, яка дорівнює 12 см. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо радіус кола, описаного навколо трапеції, дорівнює 10 см.

д) Точка перетину бісектрис тупих кутів при основі трапеції належить другій основі. Знайдіть площу трапеції, якщо її бічні сторони дорівнюють 10 см і 17 см, а висота – 8 см.

Формування та розвиток математичної компетентності учнів та студентів значно залежить від майстерності вчителя організувати захоплюючий процес розв'язування математичної задачі. Як свідчить наш досвід, почуття емоційного піднесення в процесі розв'язування задачі, почуття творчого пошуку, емоції від красивої задачі знайомі частіше випускникам класів поглибленого навчання математики. Однак, таких серед студентів педагогічних навчальних закладів зовсім мало. На формування певної скарбнички «цікавих задач» варто налаштовувати майбутніх учителів у процесі фахової підготовки в

педагогічному коледжі або університеті. При цьому зазначаємо, що вчитель-майстер процес розв'язування будь-якої математичної задачі може перетворити в захопливу для учнів розвивальну картинку. Завдання викладача математики у педагогічному навчальному закладі: збудити бажання майбутніх учителів накопичувати скарбничку методично цікавих математичних задач, бачити за зовні звичайними математичними задачами їхні справжні розвивальні можливості для творчих якостей учнів та студентів.

Вважаємо актуальним на практичних заняттях з математики та методики навчання математики формувати й розвивати в майбутніх учителів певний смак до розв'язування математичної задачі, до побудови методично обґрунтованих комбінацій задач, до конструювання задач та їх систем, до збирання певної скарбнички оригінальних за різними ознаками математичних задач. У цьому відношенні нам імponує ідея працювати на практичних заняттях з математики, а також на уроках математики в школі, з використанням математичних етюдів (невеликих за обсягом, логічно завершених комбінацій задач) запропонована ще в 1994 році в докторській дисертації Михайла Івановича Бурди. Одним із варіантів такого підходу є добре відомий методичний прийом проведення уроку однієї задачі. В методичній літературі він достатньо описаний. Ми вважаємо за необхідне формувати в учителів глибокі методичні переконання щодо місця й ролі, доцільності й можливості цього прийому в системі уроків математики.

Наприклад, *задачу на знаходження довжини медіани рівнобедреного трикутника проведеної до бічної сторони, якщо задані основа та висота проведена до основи цього трикутника*, можна розв'язати щонайменше шістьма різними способами: з використанням теореми косинусів; з побудовою до паралелограма й використанням властивості діагоналей паралелограма; з використанням властивості медіан трикутника ділитись у відношенні 2:1, починаючи від вершини; з використанням формули для знаходження медіани трикутника за допомогою усіх сторін трикутника; з побудовою до прямокутного трикутника та використанням властивості середньої лінії

трикутника; з використанням координатного методу. Після того як учні вкажуть і пояснять будь-який із цих способів, накладається заборона на застосування відповідного матеріалу з вимогою запропонувати розв'язання без використання озвучених елементів знань. Згодом заборона накладається на кожний наступний спосіб розв'язання. Застосовування вказаного прийому сприяє руйнуванню стереотипів стосовно того чи іншого способу розв'язування задачі, активізує навчальну діяльність учнів та розширює умови формування та розвитку їх здатності до творчої діяльності. Математично-методична компетентність вчителя проявляється, зокрема, в швидкому адекватному реагуванні на кожну, навіть не очікувану ідею учня щодо способу розв'язування математичної задачі.

Дібрані вчителем математики задачі, безумовно, мають враховувати диференціацію навчання учнів. Як приклад, для роботи із здібними до математики учнями такі задачі можуть обиратися із збірників олімпіадних задач. Наприклад:

✓ Нехай I – це центр кола, вписаного в трикутник ABC . Позначимо через K, L, M точки, в яких це коло дотикається до сторін BC, CA, AB відповідно. Пряма, що проходить через точку B паралельно прямій MK , перетинає прямі LM та LK в точках R та S відповідно. Довести, що кут $\angle RIS$ – гострий.

Розв'язання.

І Спосіб.

$$RS^2 = RI^2 + IS^2 - 2RI \cdot IS \cos(\angle RIS);$$

$$2RI \cos(\angle RIS) = RI^2 + IS^2 - RS^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Якщо } RI^2 + IS^2 - RS^2 > 0;$$

$$\Rightarrow \cos(\angle RIS) > 0;$$

$$\Rightarrow \angle RIS \text{ – гострий.}$$

Оскільки прямі MK та RS паралельні, в $\triangle BRM$, ми маємо:

$$\alpha = \angle BMR = 90^\circ - \angle A / 2,$$

$$\beta = \angle MBR = 90^\circ - \angle B / 2,$$

$$\gamma = \angle BRM = 90^\circ - \angle C / 2.$$

Звідси, за теоремою синусів

$$\frac{BR}{BM} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\sin(\angle A / 2)}{\sin(\angle C / 2)} = \frac{\cos(\angle A / 2)}{\cos(\angle C / 2)},$$

або

$$BR = \frac{\cos(\angle A / 2)}{\cos(\angle C / 2)} \cdot BM \quad (1)$$

Аналогічно, в $\triangle BKS$ ми маємо:

$$\bullet \frac{BS}{BK} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{\cos(\angle C / 2)}{\cos(\angle A / 2)};$$

$$\bullet BK = BM \text{ (властивість дотичних),}$$

$$\bullet \angle BKS = 90^\circ - \angle C / 2,$$

$$\bullet \angle BSK = 90^\circ - \angle A / 2, \angle KBS = 90^\circ - \angle B / 2, \text{ звідки}$$

$$BS = \frac{\cos(\angle C / 2)}{\cos(\angle A / 2)} \cdot BK = \frac{\cos(\angle C / 2)}{\cos(\angle A / 2)} \cdot BM. \quad (2)$$

Відмітимо, що $BI \perp RS$ та $IM \perp AB$. Тоді, враховуючи (1) та (2), отримуємо

$$\begin{aligned} IR^2 + IS^2 - RS^2 &= (BI^2 + BR^2) + (BI^2 + BS^2) - (BR + BS)^2 = \\ &= 2(BI^2 - BR - BS) = 2(BI^2 - BM^2) = 2IM^2 > 0. \end{aligned}$$

З теореми косинусів випливає, що кут $\angle RIS$ є гострим.

II Спосіб. Позначимо через W середину MK і через Q середину ML . Тоді $Q \in AI$, $W \in BI$, $AI \perp ML$, $BI \perp MK$. Спочатку доведемо, що $AW \perp RI$ і $CW \perp SI$. Оскільки $\angle RBI = \angle RQI = 90^\circ$, то точки R, B, I, Q лежать на одному колі, а тому $\angle BRI = \angle BQI$. Трикутники AIM і BIM є прямокутними, а

тому $IQ \cdot IA = MI^2 = IW \cdot IB$, звідки $\frac{IQ}{IW} = \frac{IB}{IA}$. Це означає, що $\triangle AIW \sim \triangle BIQ$.

Звідси випливає, що $\angle BRI = \angle BQI = \angle AWI$. Оскільки $BR \perp IW$, то $RI \perp AW$. Аналогічно доводимо, що $SI \perp SW$. Таким чином, $\angle RIS = 180^\circ - \angle AWC$. Тепер залишилося довести, що $\angle AWC$ є тупим. Нехай T є серединою відрізка AC . Тоді $2\overrightarrow{WT} = \overrightarrow{WC} + \overrightarrow{WA} = \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{MA}$. Оскільки вектори \overrightarrow{KC} і \overrightarrow{MA} не є колінеарними, то $WT < \frac{KC + MA}{2} = \frac{CL + AL}{2} = \frac{AC}{2}$. Це означає, що точка W міститься всередині кола з діаметром AC , а тому $\angle AWC > 90^\circ$.

Зауваження. Твердження про те, що $AW \perp RI$ можна довести ще так. Оскільки $\angle RBI = \angle RQI = 90^\circ$, то коло описане навколо чотирикутника $RBIQ$ є ортогональним до діаметра RI . Розглянемо інверсію відносно кола, вписаного в $\triangle ABC$. Оскільки інверсія переводить точки B і Q в точки W і A відповідно, то коло описане навколо $RBIQ$, перейде в пряму AW . Оскільки інверсія, про яку йде мова, залишає без зміни пряму RI , то дістаємо, що $AW \perp RI$.

Отже, особливе значення на заняттях з математики в технології формування здатності учнів та студентів до творчої діяльності має місце й роль кожної задачі. Процес методичної діяльності із відібраною задачею має розкривати комплекс її функцій, серед яких навчальні, розвивальні, діагностичні, прогнозуючі, тощо. Вдало відібрана математична задача, по-перше, створює оптимальні умови для формування математичних умінь учнів та студентів, по-друге, дозволяє використати, а тим самим активізувати, закріпити, систематизувати, розвинути математичні знання. По-третє, розв'язування вдало відібраної задачі, має слугувати розвитку прийомів як розумової, так і творчої діяльності, по-четверте, має виступати мотиваційним чинником особистісного розвитку і т.д. Розглянемо, для прикладу, стереометричну задачу:

✓ Знайти відстань між мимобіжними діагоналями бічних граней прямої трикутної призми всі ребра якої рівні й дорівнюють a .

Векторний метод

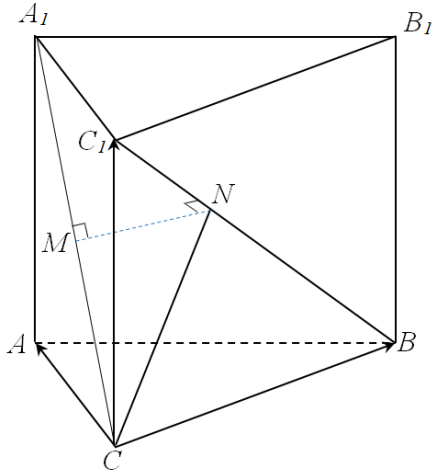


Рис. 3.4.1

Виберемо вектори $\overline{CA} = \vec{a}$, $\overline{CB} = \vec{b}$, $\overline{CC_1} = \vec{c}$ (Рис. 3.4.1).

Нехай MN – спільний перпендикуляр мимобіжних прямих CA_1 і BC_1 . Розглянемо вектор \overline{MN} . Щоб знайти відстань між мимобіжними прямими, достатньо знайти довжину вектора \overline{MN} . Виразимо \overline{MN} через $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

$$\overline{CA_1} = \vec{a} + \vec{c}, \quad \overline{BC_1} = \vec{a} - \vec{b},$$

$$\overline{CM} = m \cdot \overline{CA_1} = m\vec{a} + m\vec{c},$$

$$\overline{BN} = n \cdot \overline{BC_1} = n\vec{a} - n\vec{b},$$

$$\begin{aligned} \overline{MN} &= \overline{CN} - \overline{CM} = -\overline{CM} + (\overline{CB} + \overline{BN}) = \vec{b} + n\vec{c} - n\vec{b} - m\vec{a} - m\vec{c} = \\ &= -m\vec{a} + (1 - n)\vec{b} + (n - m)\vec{c}. \end{aligned}$$

$$\text{Отже, } \overline{MN} = -m\vec{a} + (1 - n)\vec{b} + (n - m)\vec{c}.$$

Оскільки MN спільний перпендикуляр прямих CA_1 і BC_1 , то

$$\begin{cases} \overline{MN} \cdot \overline{CA_1} = 0, \\ \overline{MN} \cdot \overline{BC_1} = 0; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-m\vec{a} + (1 - n)\vec{b} + (n - m)\vec{c})(\vec{a} + \vec{c}) = 0, \\ (-m\vec{a} + (1 - n)\vec{b} + (n - m)\vec{c})(\vec{a} - \vec{b}) = 0. \end{cases}$$

Перетворюючи рівняння системи врахуємо, що $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 60^\circ = \frac{1}{2} a^2, \text{ де } a - \text{довжина ребра призми,}$$

$$(\vec{a})^2 = a^2, \quad (\vec{b})^2 = a^2, \quad (\vec{c})^2 = a^2.$$

Отже,

$$\begin{cases} -ma^2 + (1-n) \cdot \frac{1}{2}a^2 + (n-m) \cdot a^2 = 0, |: a^2 \neq 0 \\ m \cdot \frac{1}{2}a^2 - (1-n) \cdot a^2 + (n-m) \cdot a^2 = 0, |: a^2 \neq 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -m + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n + n - m = 0, \\ m \cdot \frac{1}{2} - 1 + n + n - m = 0; \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}n - 2m + \frac{1}{2} = 0, \\ 2n - \frac{1}{2}m - 1 = 0; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2n + 8m - 2 = 0, \\ 2n - \frac{1}{2}m - 1 = 0. \end{cases}$$

$$\frac{15}{2}m - 3 = 0, \frac{15}{2}m = 3, m = \frac{2}{5}.$$

$$2n - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 = 0, 2n - \frac{1}{5} - 1 = 0, 2n = \frac{6}{5}, n = \frac{3}{5}$$

Отже, $\overline{MN} = -\frac{2}{5}\overline{a} + \frac{2}{5}\overline{b} + \frac{1}{5}\overline{c}$,

$$\begin{aligned} |\overline{MN}| &= \sqrt{(\overline{MN})^2} = \sqrt{\left(-\frac{2}{5}\overline{a} + \frac{2}{5}\overline{b} + \frac{1}{5}\overline{c}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{4}{25}a^2 + \frac{4}{25}a^2 + \frac{1}{25}a^2 - \frac{8}{25} \cdot \frac{1}{2}a^2 - \frac{4}{25} \cdot 0 + \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{5}{25}a^2} = \\ &= \frac{a\sqrt{5}}{5}. \end{aligned}$$

Відповідь. $MN = \frac{a\sqrt{5}}{5}$

Координатно-векторний метод

Нехай MN – спільний перпендикуляр мимобіжних прямих $M(x_1, y_1, z_1)$, $N(x_2, y_2, z_2)$.

Відстань між мимобіжними прямими:

$$MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Отже, слід знайти координати точок M та N .

Вектори колінеарні: $\overline{CM} \parallel \overline{CA_1}$, $\overline{BN} \parallel \overline{BC_1}$, $\overline{CM} = k \cdot \overline{CA_1}$, $\overline{BN} = m \cdot \overline{BC_1}$

$$\overline{CM} = \left(x_1 - \frac{a}{2}; y_1; z_1 - \frac{a\sqrt{3}}{2} \right);$$

$$\overline{CA_1} = \left(-\frac{a}{2}; a; -\frac{a\sqrt{3}}{2} \right);$$

$$\overline{BN} = (x_2 - a; y_2; z_2);$$

$$\overline{BC_1} = \left(-\frac{a}{2}; a; \frac{a\sqrt{3}}{2} \right).$$

$$\begin{cases} x_1 - \frac{a}{2} = -\frac{a}{2}k, \\ y_1 = ka, \\ z_1 - \frac{a\sqrt{3}}{2} = -k \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}; \end{cases} \text{також} \begin{cases} x_2 - a = -m \frac{a}{2}, \\ y_2 = ma, \\ z_2 = m \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{a}{2} - \frac{a}{2}k, \\ y_1 = ka, \\ z_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a\sqrt{3}}{2}k; \end{cases} \text{також} \begin{cases} x_2 = a - m \frac{a}{2}, \\ y_2 = ma, \\ z_2 = m \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

$$\overline{MN} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1).$$

$$\overline{MN} = \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2}k - \frac{a}{2}m; am - ak; \frac{a\sqrt{3}}{2}m - \frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2}k \right)$$

$$\begin{cases} \overline{MN} \cdot \overline{CA_1} = 0, \\ \overline{MN} \cdot \overline{BC_1} = 0; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{a^2}{4}(1+k-m) + a^2(m-k) - \frac{3a^2}{4}(m+k-1) = 0, \\ -\frac{a^2}{4}(1+k-m) + a^2(m-k) + \frac{3a^2}{4}(m+k-1) = 0; \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}(1+k-m) - (m-k) + \frac{1}{4}(m+k-1) = 0, \\ \frac{1}{4}(1+k-m) - (m-k) - \frac{1}{4}(m+k-1) = 0; \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2}(m+k-1) = 0, m = 1-k;$$

$$\frac{1}{4}(1+k-1-k) - (1-k-k) + \frac{1}{4}(1-k+k-1) = 0$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2k - 1 + 2k = 0$$

$$\frac{5}{2}k = 1 \rightarrow k = \frac{2}{5}; \quad m = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Отже } M\left(\frac{3}{10}a; \frac{2}{5}a; \frac{3\sqrt{3}a}{10}\right), \quad N\left(\frac{7}{10}a; \frac{3}{5}a; \frac{3\sqrt{3}a}{10}\right)$$

$$\begin{aligned} MN &= \sqrt{\left(\frac{7}{10}a - \frac{3}{10}a\right)^2 + \left(\frac{3}{5}a - \frac{2}{5}a\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}a}{10} - \frac{3\sqrt{3}a}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{4}{25}a^2 + \frac{1}{25}a^2 + 0} = \frac{a\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\text{Відповідь. } MN = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Координатний метод

$$A(0; 0; 0), \quad B(a; 0; 0), \quad C\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$A_1(0; a; 0), \quad B_1(a; a; 0), \quad C_1\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), \quad K(a; 0; a\sqrt{3})$$

Знайдемо рівняння площини (BC_1K) :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A(x - a) + By + Cz = 0, \\ A\left(x - \frac{a}{2}\right) + B(y - a) + C\left(z - \frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = 0, \\ A(x - a) + B(y - a) + C(z - a\sqrt{3}) = 0; \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} Ax + By + Cz - Aa = 0, \\ Ax + By + Cz - A\frac{a}{2} - Ba - C\frac{a\sqrt{3}}{2} = 0, \\ Ax + By + Cz - Aa - C \cdot a\sqrt{3} = 0; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{2}A - Ba - C\frac{a\sqrt{3}}{2} = 0 \\ C \cdot a\sqrt{3} = 0, \\ \frac{a}{2}A + C \cdot a\sqrt{3} - Ba - C\frac{a\sqrt{3}}{2} = 0; \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} C = 0, \\ A = 2B; \end{array} \right.$$

$$2B(x - x_0) + B(y - y_0) + 0 \cdot (z - z_0) = 0$$

$$2B(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

$$2(x - x_0) + (y - y_0) = 0$$

$$2x + y + (-2x_0 - y_0) = 0$$

$$B(a; 0; 0) \in (BC_1K), \text{ отже}$$

$$-2 \cdot a - 0 = -2a;$$

$2x + y - 2a = 0$ – рівняння площини (BC_1K) .

Знайдемо відстань від точки $A_1(0; a; 0)$ до цієї площини:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|2 \cdot 0 + a + 0 \cdot 0 - 2a|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{|a|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} a.$$

Отже, відстань між мимобіжними прямими CA_1 і BC_1 дорівнює $\frac{\sqrt{5}}{5} a$.

Відповідь. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Геометричний метод

Щоб знайти відстань між мимобіжними прямими, знайдемо відстань від точки однієї з мимобіжних прямих, до паралельної їй площини, яка містить іншу мимобіжну пряму.

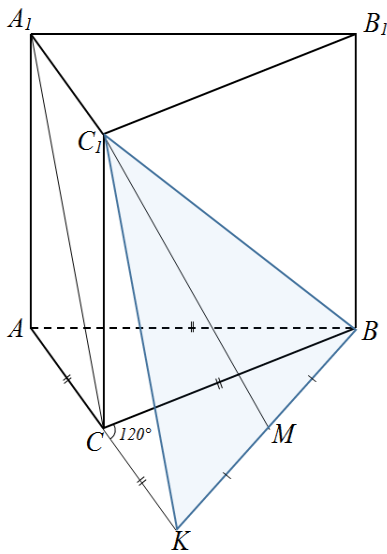


Рис. 3.4.2

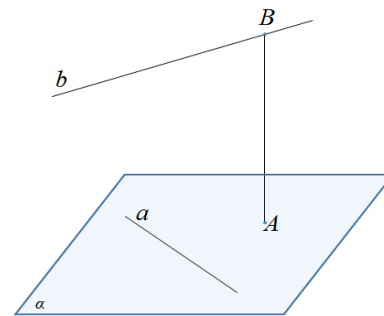


Рис. 3.4.3

Здійснивши побудову: $K \in AC$, $AC = CK$, отримаємо A_1C_1KC – паралелограм, тому $A_1C \parallel C_1K$ тому $A_1C \parallel (C_1KB)$, яка містить пряму C_1B . Отже, для знаходження відстані між мимобіжними прямими CA_1 і BC_1 , достатньо знайти відстань від, наприклад, точки C до площини (BC_1K) . Розглянемо піраміду C_1CBK , якщо ΔCBK її основа, то C_1C – висота до основи CBK (бо призма $ABCA_1B_1C_1$ за умовою пряма). Якщо ΔC_1BK її основа, висота з

вершини C на вказану основу і є шуканою відстанню від точки C до площини (BC_1K) . Отже, знайдемо висоту піраміди C_1CBK до основи C_1BK :

$$V_{nip.} = \frac{1}{3} S_{осн.} \cdot H;$$

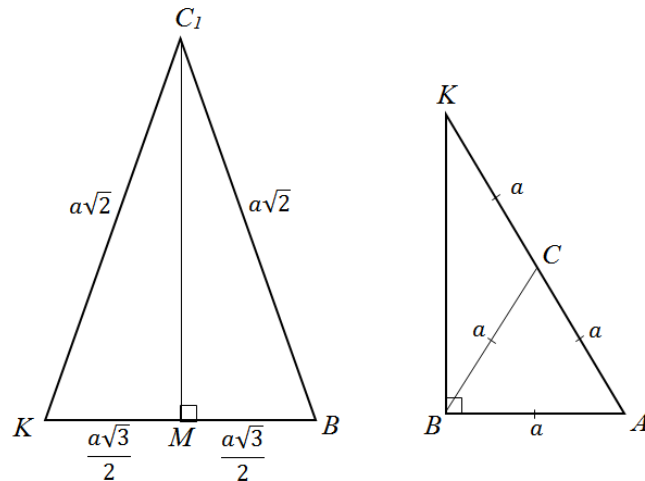


Рис. 3.4.4

$$V_{nip.} = \frac{1}{3} S_{\Delta C_1BK} \cdot H;$$

$$H = \frac{3V_{CC_1BK}}{S_{\Delta C_1BK}};$$

$$V_{CC_1BK} = \frac{1}{3} S_{\Delta CBK} \cdot CC_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 120^\circ \cdot a = \frac{1}{6} a^3 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$$

$$S_{\Delta C_1BK} = \frac{1}{2} \cdot BK \cdot C_1M = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$$

Отже,

$$\begin{aligned} H &= \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} a^3}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{15}a} = \frac{a\sqrt{5}}{5}. \end{aligned}$$

Відповідь. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Ще один важливий аспект: учитель або викладач математики може і має ділитися із здібними до навчання математики учнями та студентами власною майстерністю конструювання математичних задач. Учні та студенти, які ознайомлюються з процесом творення математичних задач, очевидно, отримують неоціненний досвід творчої діяльності в процесі занять з математики.

Отже, розвивальна ефективність процесу навчання учнів математики в школі та студентів у закладі вищої освіти цілком залежить від рівня математичної та методичної компетентності вчителя, від розвиненості його творчих якостей, інтересу до математики, від його готовності і здатності створити умови для особистісного розвитку учнів у процесі навчання математики. До головних інструментів якісної методики навчання математики, яка забезпечує створення творчого середовища на занятті з математики можна віднести: хорошу задачу, красиву картинку і логічно струнку, методично виважену, водночас творчу діяльність вчителя математики.

3.5. Створення творчого середовища у процесі навчання математики

Основним завданням освіти, зокрема математичної, нині є не стільки накопичення учнями або студентами максимуму знань та умінь, скільки створення необхідних умов для формування їхніх компетентностей, творчого мислення. Ми переконані, що впливати на формування творчих якостей в учнів або студентів може лише той викладач, якому такі якості притаманні. Творча діяльність вчителя (викладача), його фахова компетентність і прагнення високої ефективності праці, на нашу думку, є важливими передумовами створення творчого середовища у процесі навчання математики. Якщо конкретніше розглянути особистість викладача математики, який має позитивно впливати на формування творчих якостей в учнів або студентів, то ми переконані, що необхідними є: високий методичний рівень, глибокі знання й захопленість математикою, високий інтелектуальний рівень, творчий підхід до організації

діяльності учнів, широка обізнаність і переконаність у різноманітності способів і прийомів формування ключових та спеціальних компетентностей учнів.

У нових умовах компетентнісного підходу викладач має змінити свої функції із трансляції знань на активізацію самостійної навчальної діяльності учнів та студентів, з урахуванням їхніх індивідуальних здібностей, шляхом переосмислення мети, завдань, прийомів і засобів особистісного розвитку учнів та студентів. Викладач має водночас мотивувати, активізувати, супроводжувати, підтримувати та контролювати пізнавальну діяльність, розвивати потребу учнів та студентів у самостійності та стимулювати її розвиток.

За допомогою анкетування ми намагались зрозуміти, якими хочуть бачити студенти сучасних викладачів, які забезпечують викладання математики. На думку студентів, викладач має бездоганно знати предмет та доступно його викладати, бути вимогливим і, водночас, із розумінням ставитися до навчальних проблем студентів. Студенти наголошують на тому, що зацікавити їх може викладач, якому притаманні такі риси, як справедливість, чесність, щирість, доброта, самовідданість, вміння вислухати та підтримати, почуття гумору. Серед відповідей переважають такі: «Студент, насамперед, має бачити творчий підхід й інтерес викладача, його бажання навчити студентів. Інакше не варто вимагати цього від студента», «Завдання викладача – любити свій предмет, професію та зацікавити студентів», «Викладач має викладати цікаво й оригінально», «Впроваджувати щось нове та цікаве», «Створити емоційно сприятливу атмосферу для формування знань». Серед чинників, які призводять до негативних емоцій у процесі навчання, студенти наводять такі: несправедливість, необ'єктивне оцінювання результатів навчання, авторитарний стиль спілкування, відсутність емоційного забарвлення, монотонність викладання, байдужість, нервовість.

Інтерес, ерудиція, прагнення до нового у викладача, його захоплення математикою, процесом учіння створює атмосферу позитивного ставлення

студента до процесу навчання математики. Щоб створити сприятливе творче середовище у процесі навчання математики варто шукати ефективні емоційні стимули, які викликають позитивні прагнення в учнів та студентів. Серед них можна назвати такі: робота на занятті в режимі співпраці, співтворчості; методично майстерно побудована проблемна ситуація; нестандартна постановка навчально-методичної задачі або неочікуваний, захопливий вихід із проблемної ситуації; доброзичлива реакція на помилки та хибні уявлення студентів; поміркована емоційність викладання; гумор, посмішка, жарт.

Застосування різних прийомів активізації пізнавальної діяльності учнів або студентів на заняттях з математики допомагають формувати вміння розв'язувати ті чи інші проблемні ситуації, надають можливість для більш продуктивної розумової діяльності, сприяють формуванню здатності до творчої діяльності. Зокрема, викладачам варто використовувати різні психологічні прийоми активізації учнів та студентів, підтримуючи їх репліками типу: «Хороша ідея...», «Цікавий підхід, але...», «Яка неочікувана оригінальна відповідь...».

Викладач математики має збуджувати інтерес до оволодіння знаннями та вміннями й підтримувати цей інтерес упродовж усього навчання, впливати на мотивацію навчальної діяльності та допомагати учням та студентам у визначенні й подоланні власних труднощів у самостійній пізнавальній діяльності. Викладач має забезпечити умови формування готовності та здатності до творчої діяльності враховуючи різні рівні математичної грамотності учнів та студентів. Якість викладання навчальної дисципліни, на нашу думку, залежить передусім від рівня творчих здатностей самого викладача. Вирішальне значення в підвищенні фахової майстерності кожного вчителя або викладача математики має його власна система вдосконалення, яка, вважаємо, має містити компоненти дослідницької діяльності та активного методичного розвитку. Під активним методичним розвитком ми, зокрема,

маємо на увазі оволодіння прийомами створення творчого середовища у процесі навчання математики, До таких прийомів, зокрема, відносимо:

◆ *Прийом «Спіймай помилку»* сприяє формуванню навичок самоконтролю і привчає учнів миттєво реагувати на допущені помилки. Вчитель заздалегідь попереджує учнів про те, що при поясненні навчального матеріалу можуть бути допущені помилки. Учень, який найшвидше їх виявить відзначається відповідними балами. Можливий варіант підготування домашнього завдання за певною тематикою з навмисне допущеними учнями помилками. На уроці учень демонструє виконання даного домашнього завдання, а інші учні мають помітити допущені помилки. Прийом «Спіймай помилку» сприяє формуванню таких особистісних якостей як: уважність, цілеспрямованість та наполегливість. Ці якості є важливими для творчої діяльності.

◆ *Прийом «Найкраще завдання»* полягає у тому, що вчитель пропонує учням творчу роботу, яка полягає у самостійному складанні завдання за наперед визначеною темою. Автор найоригінальнішого завдання відзначається високими балами.

◆ *Прийом «Втримай власну позицію»* полягає у створенні вчителем ситуації, при якій кожен з учнів має відстояти всіма силами свою власну кардинально протилежну до іншої позицію. Учень, який наведе найбільшу кількість аргументів в захист своєї позиції і буде переможцем змагання. Вчитель при цьому має поставити конкретне навчальне завдання, пояснити правила змагання і слідкувати за чітким їх дотриманням.

◆ *Прийом «Змагання»* базується на використанні елементів групової ігрової діяльності учнів. Вчитель розбиває клас на команди та ставить перед кожною з команд чітко визначене завдання. Виграє команда яка справиться зі своїм завданням у найкоротший термін.

◆ *Прийом «Рефлексії власної діяльності»* застосовується наприкінці уроку. Учні під керівництвом вчителя аналізують власну діяльність та діяльність своїх однокласників, чого очікували і що вдалося, які моменти викликали особливі

труднощі і на що потрібно звернути увагу на наступному занятті при повторенні вивченого. Можлива як усна так і письмова форма використання даного прийому. Даний прийом сприяє встановленню таких відносин, при яких мали б місце доступність і відкритість досвіду кожного учня для інших, можливість порівнювати свої досягнення з досягненнями інших та оцінювати їх, формуванню відповідальності за власні дії, прийняття учнями спільних рішень, відстоювання власної думки.

◆ *Прийом «Раптових заборон»* застосовується у випадку, коли поставлене перед учнями завдання має декілька способів вирішення. Суть даного прийому полягає в забороні вчителем застосовувати той чи інший спосіб його виконання, після того як він був озвучений учнями. Згодом накладається заборона на кожний наступний озвучений спосіб. Запропонований прийом змушує учня по-іншому поглянути на вирішення тієї чи іншої проблеми, руйнуючи при цьому звичні і сталі установки щодо способів її розв'язання. Вказаний прийом сприяє активізації навчальної та пізнавальної діяльності учнів.

◆ *Прийом «Шпаргалки»* формує вміння учнів виділити головне та самостійно опрацювати навчальний матеріал. Вчитель пропонує учням прочитати певний матеріал та передати його зміст за допомогою малюнків, умовних позначень та схем. Після виконання завдання усі шпаргалки передаються вчителю. За бажанням учні підходять до вчителя і витягають одну з шпаргалок намагаючись детально відтворити її зміст. Найкращі доповіді та шпаргалки відзначаються вчителем.

◆ *Прийом «Відстрочена відгадка»* спрямований на встановлення позитивної атмосфери на занятті, формування бажання активно та наполегливо оволодівати знаннями. Вчитель на початку заняття мотивує та зацікавлює учнів якимось цікавим фактом чи загадкою. Щоб відгадати цю загадку потрібно здійснити певну низку навчальних завдань. Побудована таким чином діяльність сприятиме стимулюванню пізнавальної активності учнів.

♦ *Приєм «Контрприклад»* дозволяє значно активізувати пізнавальну діяльність учнів. Вчитель пропонує поглянути на звичайний факт під іншим кутом зору, що руйнує усталені і звичні погляди на нього, спонукаючи при цьому учнів до самоаналізу та активного генерування творчих ідей.

♦ *Приєм часових обмежень* базується на впливі часового чинника на навчальну діяльність учнів. Пропонується добірка математичних задач і обмежений час (10-15 хвилин) на самопідготовку. На цьому етапі заняття дозволяється спілкуватися з приводу розв'язування задачі із сусідом по парті, або в значно більших групах товаришів. Активність учнів на цьому етапі заняття є досить високою, адже викладач залишає за собою право, після закінчення відведеного часу, запросити для евристичної бесіди щодо розв'язування кожної задачі будь-кого із учнів.

Вищеописані прийоми, використані у процесі навчання математики, можуть бути в основі реалізації методики формування та розвитку готовності та здатності учнів або студентів до творчої діяльності.

Ще один із доцільних шляхів вирішення проблеми формування здатності до творчої діяльності в учнів та студентів у процесі навчання математики ми вбачаємо в більш активному використанні вчителями та викладачами математики технологій евристичного навчання. Побудова навчального процесу з математики на засадах евристичного навчання дозволяє включати кожного учня та студента в самостійну, активну навчально-пізнавальну евристичну діяльність. Евристичне навчання спонукає уважно усвідомити завдання, більш глибоко засвоїти теорію, необхідну для роботи над темою, навчитися зіставляти і порівнювати отриману інформацію, самостійно пропонувати ідеї розв'язання проблемних ситуацій. У процесі виконання цікавих, творчих завдань з евристичною складовою, процес пізнання, набуття знань та навчання математики перетворюється на захоплююче цікавий, що збуджує пізнавальні мотиви у навчанні математики.

Варто побудувати навчання математики таким чином, щоб учні або студенти мали можливість засвоїти евристики, які відносяться до прийомів розумової діяльності та їх, в першу чергу, потрібно формувати в учнів. На нашу думку, цю роботу вчитель математики має здійснювати системно. Серед таких евристик виокремимо: порівняння, аналогія, перебір варіантів, підстановка, аналіз, синтез, розбиття цілого на частини, розбиття на підзадачі, математичне комбінування, реконструкція цілого за частинами, моделювання, метод включення і виключення, класифікація тощо.

Розглянемо, в якості прикладу, методику організації фрагменту уроку математики з метою формування евристичного прийому «Порівняння».

Перший етап уроку – усна розумова розминка. Етап проходить у формі фронтального опитування. За допомогою спеціально підібраних цікавих задач вчитель активізує розумову діяльність школярів. Як правило – це задачі-жарти, логічні задачі, практичні задачі тощо. Наприклад:

1. Яблуко важче за банан, а банан важчий за ківі. Що важче – ківі чи яблуко?
2. Що більше – сума всіх цифр чи їх добуток?
3. Два лижники вийшли одночасно. Перший лижник дістався фінішу через півтори години, а другий – через 74 хвилини. Хто з лижників дістався фінішу швидше?

Виконуючи завдання, учні підводяться до розуміння процесу порівняння між об'єктами. Наступний етап – мотивація, створення атмосфери зацікавленості учнів в оволодінні евристичним прийомом. Це можливо за допомогою евристичної бесіди вчителя з учнями.

Вчитель: Мабуть кожний з вас хоча б раз у житті чув всім відоме прислів'я «Все пізнається у порівнянні». А хто знає, що воно означає та може навести приклади? Учні починають згадувати, при яких обставинах вони чули зазначене прислів'я та наводити приклади порівнянь, в яких знаходили схожі та відмінні ознаки чи описи об'єктів порівняння.

Вчитель: Чи можете навести приклади порівнянь в математиці?

Таким чином, учні підводяться під розуміння того, як саме треба оперувати даним прийомом. Також, учні мають усвідомити, що під час розв'язання завдань, які були запропоновані вчителем на початку заняття, вони виконували саме порівняння.

Наступний етап – складання правила-орієнтира прийому.

Вчитель зазначає, що порівняння – це евристичний прийом, завдяки якому встановлюються риси схожості та відмінності між визначеними предметами й явищами.

Правило-орієнтир виконання прийому «Порівняння» наступне:

- 1) визначити мету порівняння;
- 2) виділити різні властивості об'єктів, які порівнюються;
- 3) визначити можливі лінії порівняння у відповідності до мети і виділених властивостей;
- 4) встановити спільні властивості;
- 5) встановити відмінності;
- 6) сформулювати висновок про схожість і відмінність даних об'єктів відповідно до поставленої мети.

Означення евристичного прийому та правило-орієнтир учні записують у своїх зошитах, а вчителю бажано їх мати під час заняття на відео проекторі (мультимедійній дошці) або плакаті. За допомогою мультимедійної дошки учням пропонується розглянути докладні покрокові розв'язання евристичних завдань на використання зазначеного прийому.

Запишіть найменше і найбільше чотирицифрові числа, в яких усі цифри різні.

Опис кроків міркувань, дій:

Визначимо спільне: Чотирицифрові числа мають вигляд $abcd$, цифри різні.

Визначимо відмінне, порівнюючи порозрядно:

У найменшому числі всі розрядні цифри менше розрядних цифр у найбільшому.

У найбільшому числі цифри мають бути якнайбільші за розрядом, починаючи з одиниць тисяч, а у найменшому числі – якнайменші (але пам'ятай, що число не може починатися з 0).

Відповідь. Найменше число: 1023, найбільше число: 9876.

Наступний етап – тренінг із розв'язування задач на порівняння, оволодіння правилом-орієнтиром. Розглянувши приклади, учні мають змогу потренуватися у застосуванні набутих знань на практиці. Під час самостійного виконання завдань на використання прийому в математичних задачах, учні мають можливість отримання евристичної підказки («розміте» наведення на пошук розв'язання задачі). Наприклад:

1. Запишіть найбільше та найменше чотирицифрові числа за допомогою цифр 0, 1, 2, 5.
2. Запишіть найбільше та найменше чотирицифрові числа за допомогою цифр 0, 1, 9, використовуючи кожен цифру хоча б один раз.
3. У числі 48 352 117 закресліть такі три цифри, щоб утворилось:
а) найбільше число; б) найменше число.
4. У числах деякі цифри замінили знаком «*». Порівняйте ці числа:
а) 43^{***} и 48^{***} ; б) 9^{*4} и 9^{**3} ; в) 6^{*9} и 96^{*} .
5. Продовжить числовий ряд: а) 2, 3, 5, 8, ...; б) 1, 3, 7, 15,

У якості домашнього завдання для закріплення вміння розпізнавати та використовувати евристичний прийом «Порівняння», учням доцільно запропонувати систему задач, з якою вони матимуть змогу попрацювати та обміркувати її на дозвіллі. Тут, розглядаючи запропоновані задачі, учень повинен з'ясувати, який саме евристичний прийом необхідно використати у завданні, завдяки чому він має змогу повторити евристичні прийоми, що розглядали раніше та поглибити й більш міцно засвоїти матеріал. Тобто,

школярам пропонується розглянути всі задачі, але серед цих задач вибрати ті, які можливо розв'язати за допомогою розглянутого прийому. Наприклад:

1. Розташуйте числа в порядку зростання: 22, 122, 221, 12, 212, 21.

2. Замість зірочок розставте знаки дій так, щоб вийшло вказане число:

$$1) 5 * 5 * 5 * 5 = 24; \quad 2) 5 * 5 * 5 * 5 = 25.$$

3. 7 шоколадок коштують дорожче ніж 8 пачок печива. Що дорожче – 8 шоколадок чи 9 пачок печива?

4. На прямій взяли 4 точки. Скільки всього вийшло відрізків, кінцями яких є ці точки?

5. 6 карасів легші ніж 5 окунів, але важчі за 10 лящів. Що важче – 2 карася чи 3 ляща?

6. Хлопчик спитав у дідуся, скільки йому років. Той відповів: «Якщо зменшиш мої роки у 6 разів і віднімеш ще 6 років, то отримаєш 6. Скільки ж мені років?»

7. Сергію 11 років, Вовчику 1 рік. Скільки років буде Сергію коли він стане у тричі старший за Вовчика?

8. Якщо для учора завтра був вівторок, то який день буде учора для післязавтра?

Наші опитування вчителів показують, що розв'язуючи нестандартні, цікаві задачі, серед яких багато задач навчального призначення, але поданих не в звичайній формі, учні навчаються використовувати відповідні евристичні прийоми, а також у подальшому застосовують їх і при розв'язуванні більш складних завдань. Сформований евристичний прийом «Порівняння» дозволяє приступити до цілеспрямованого формування уміння узагальнювати; крім того, будь-яке порівняння повинне закінчуватися узагальненням, тобто тим доповненням до старих знань, заради якого здійснюється порівняння, та взагалі, евристична діяльність. Якщо учень вміє порівнювати, то він опанує і прийом аналогії, а також інші прийоми розумової діяльності, які важливі для здатності до творчої діяльності.

Розглянемо один із конкретних прикладів педагогічного досвіду вчителів математики щодо створення творчого середовища в процесі навчання учнів математики. Йдеться про досвід вчителя математики Ольги Юріївни Заболотної, представлений на форумі педагогічних ідей []. З метою створення творчого середовища в процесі навчання математики, вчителька практикує самостійні роботи творчого характеру, пошук інших методів доведення теорем, пошук різних способів розв'язування складних задач. Особливе місце в діяльності вчителя займає дослідницький метод навчання (створюються в класі дослідницькі групи, які звітують одна перед одною після вирішення запропонованої вчителем проблеми). У процесі дослідження учні можуть використовувати різні літературні джерела, виконують малюнки, схеми, аналізують результати, відповідають на запитання, одержуючи, за потребою, консультацію вчителя. Вчителька керується у своїй педагогічній діяльності висловами: «Навчати — означає спонукати учнів творити відкриття» (Спенсер), «... задачі, які ставляться перед учнями, мають випереджати вже досягнутий ними рівень на один крок» (Виготський), «... жоден розум не буває тотожним іншому, і ніколи одні й ті самі причини не викликають в різних головах однакових думок» (Ж.Санд). Вчителька переконана, що творчі здібності учнів проявляються в ситуаціях, коли треба знаходити в реальній дійсності нові проблеми, бачити їх нові сторони. Пропонований матеріал має містити (у прихованому вигляді) ряд цікавих проблем, які не слід відкрито формулювати. Задачі слід добирати так, щоб учень міг творити, мислити, щоб він сам мав можливість досягти вершин інтелектуальної творчості. Ольга Юріївна стверджує, що будучи простою, задача має бути достатньо цікавою і викликати інтерес до дослідницької діяльності. Тільки так серед учнів можна виявити математично обдарованих для поглибленої роботи з ними. Важливим є не стільки те, чи розв'яже учень задачу, скільки те, як він буде мислити, розв'язуючи її. Передумовами розвитку творчих здібностей учнів вчителька вказує глибокі і міцні знання, уміння і навички, стійкі пізнавальні інтереси,

максимальну самостійність, цілеспрямованість, наполегливість. Практична діяльність вчительки свідчить, що повноцінне засвоєння знань неможливе без оволодіння учнями прийомами розумових дій (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, систематизація тощо). Важливою справою навчання математики О. Ю. Заболотна вважає формування та розвиток мислення учнів, здатності не тільки володіти логічними операціями, прийомами, а й розкривати нові зв'язки, засвоювати нові прийоми.

Для того, щоб краще розвивати творчі здібності учнів, після розв'язування задачі вчителька пропонує учням змінювати умову задачі і давати відповідь на запитання: «Що буде, коли...». Інколи пропонується учням самостійно скласти задачі, які б найповніше виражали основне і найсуттєвіше в змісті пройденого матеріалу. Таке завдання дає змогу учневі визначити змістовні зв'язки між елементами засвоєного матеріалу. Фундаментом для розвитку здібностей виступають пізнавальні інтереси. Тому на уроках математики вчителька створює умови, що забезпечують формування пізнавальних інтересів. Важливе місце у роботі посідають дидактичні ігри, КВК, «Поле чудес», «Найсильніша ланка», «Що? Де? Коли?» тощо. О. Ю. Заболотна керується принципом: краще розв'язати одну задачу кількома способами, ніж кілька різних чи однотипних задач. Розгляд різних способів розв'язування однієї задачі допомагає учням зрозуміти, яким великим діапазоном умінь і знань потрібно володіти. Інколи розібратися в готовому «чужому» розв'язанні, поясненні зовсім не легше, ніж розв'язати задачу самому, тому на уроках математики практикуються різні форми самостійної роботи з підручником. Крім того, пропонується учням працювати з додатковою літературою, що дає їм змогу не лише розширити кругозір, ознайомитися з матеріалом, непередбаченим програмою, а й вникнути в нові проблеми і гіпотези математичної науки, поміркувати над методами їх розв'язування, зануритися у світ тих передбачень і загадок, що змушують мислити, міркувати і шукати. Вчителька прагне показати учням математику з найпривабливішого боку, викликати в дитини радість від занять розумовою

працею, допомогти подолати труднощі й отримати перемогу над самим собою. Інтерес, переконана вчителька, є золотим ключиком до виховання здібностей, в тому числі здібностей до творчої діяльності. Важливо, щоб кожен учень виконував на уроці математики посильну творчу роботу, в чому проявлятимуться елементи гуманізації та диференціації, вмів використовувати математичні факти та доводити їх. Робота з обдарованими дітьми, що бере початок на уроці, значною мірою виходить за його межі і має переважно характер позакласної роботи. Основні види діяльності: гуртки, олімпіади, знайомство й робота з цікавою літературою тощо. Наявність математичних здібностей в одних учнів і недостатня розвинутість їх в інших вимагає від вчителя постійного пошуку шляхів формування і розвитку таких здібностей учнів. Для того щоб навчити учнів розв'язувати задачі, вчитель пропонує їм розібратись в тому, що вони собою являють, як побудовані, з яких частин складаються, що потрібно знати, щоб розв'язати ту чи іншу задачу. Велику роль відіграють задачі, які учні складають самі. Складання задачі часто вимагає роздумів, які під час розв'язування готових задач не потрібні. Тому складання задач, як вважає вчителька, сприяє розвитку творчого мислення учнів. Щоб привчити учнів самостійно мислити, викликати в них віру у власні сили потрібно також виховати впевненість у своїх можливостях, необхідно примусити їх пройти через певні труднощі, а не подавати все в готовому вигляді. Вчитель формує в учнів розуміння, що математика строга наука, але красива й глибока, як чиста криниця. Завдання вчителя полягає в тому, щоб розкривати перед учнями її з позитивними емоціями, навчити бачити красу в логічності та обґрунтованості. Як цього домогтися? О.Ю.Заболотна вважає, що красивими і цікавими уроками математики, уроками, які пробуджують цікавість і працьовитість, фокусують увагу і зосередженість. Досвід роботи вчителя показує, що варто практикувати такі уроки як: урок-змагання; урок-вікторина, урок- «круглий стіл»; урок-гра та інші. Щоб зацікавленість учнів до

вивчення математики не знижувалась, доцільно активніше використовувати інтерактивні технології.

Позакласна робота з математики також дуже важлива для пробудження в учнів інтересу до математики. Тому математичні вікторини, змагання, ігри, прес-конференції, вечори сприяють підвищенню математичної компетентності учнів, розширюють і поглиблюють здобуті на уроках знання, показують застосування їх на практиці, розвивають мислення, математичні здібності, допомагають ввійти у світ наукових і технічних ідей. Учням дуже подобається, як стверджує вчителька, брати участь в іграх, правила яких максимально наближені до умов тих ігор, за якими вони мають можливість спостерігати з екранів телевізорів. Такими іграми є «Перший мільйон», «Поле чудес», «Слабка логіка» та інші.

Велику увагу вчителька приділяє розвитку нестандартного мислення, розвитку уяви, тому застосовує різні форми проведення уроку: урок-гра; змагання; комбіновані уроки; уроки систематизації і узагальнення знань у формі подорожей, конкурсів, математичних турнірів. Такий підхід дає змогу не тільки досягти ефекту несподіваності і новизни, але виховувати відповідальність і впевненість в своїх знаннях. Учитель стверджує, що хоча не кожен учень буде надалі безпосередньо активно використовувати математичні знання у майбутній професійній діяльності, однак, вона вважає своїм обов'язком створити таке середовище в навчанні математики, яке сприятиме формуванню людей здатних мислити нестандартно, всебічно розвинених, творчих.

У кожного вчителя математики свій підхід до викладання предмету, своє бачення проблем навчання, але кожен має знайти методично грамотне рішення конкретних навчальних ситуацій, виявити та розкрити математичні здібності учнів, вселити їхню віру у власні сили, спрямувати на розвиток творчих якостей. Підсумовуючи, зазначимо, що одним з головних принципів методично грамотної діяльності будь-якого вчителя математики є організація такого

навчально-розвивального середовища, яке сприяє активізації діяльності учнів на уроках математики, формуванню не лише предметних знань і умінь, але і на розвитку евристичної діяльності, самостійності та здатності до творчої активності.

3.6. Діагностика розвитку творчого мислення у процесі навчання математики

Удосконалення процесу навчання математики передбачає розроблення ефективних діагностичних методик, спрямованих на виявлення рівня сформованості творчого мислення учнів або студентів у процесі навчання математики. Найбільш розповсюдженим на заході та у вітчизняних психологів і педагогів методом діагностики є тести.

Короткий тест творчого мислення П. Торренса

Тест призначено для виявлення творчих здібностей дітей у віці від 6 до 18 років. Креативність (творчі здібності) визначалася автором як чутливість до проблем, дефіциту знань, їх дисгармонії. Креативність – це природний процес, який породжує потребу зняти невизначеність або незавершеність, які надають дитині можливість виявити свої здібності до творчості. Короткий варіант складається з 10 незавершених малюнків, які випробовуваному пропонується домалювати. Головними показниками виступають обчислювальні коефіцієнти оригінальності та гнучкості мислення. Існують показники норми для різного віку.

Тест креативності Торренса можна проводити повторно для оцінки розвитку творчих здібностей. Рекомендується використовувати при цьому такі пояснення: «Ми хочемо зрозуміти, як змінилися ваші вміння придумувати нове і вирішувати проблеми. Люди вимірюють зріст і вагу регулярно, щоб дізнатися, наскільки виросли і одужали. Ми робимо майже те ж саме, але тільки з метою дослідження ваших здібностей. Постарайтеся проявити себе якнайкраще».

Порівнюючи результати тестів, можна відстежити динаміку розвитку креативності дитини впродовж всього періоду навчання в школі.

Субтест «Закінчи малюнок»

На цих двох сторінках намальовані незавершені фігури. Якщо ти додаси до них додаткові лінії, у тебе вийдуть цікаві предмети або сюжетні малюнки.

На виконання цього завдання - 10 хвилин. Тест використовують повсюдно, а Panamericana School Of Art & Design побудувала на його основі геніальну рекламну кампанію 2009 року. Тести пропонують дізнатися, наскільки далеко може зайти фантазія на прикладі звичайних кругляшків і хрестиків.

Спробуй уявити такий малюнок або історію, яку ніхто інший не зможе вигадати, зроби її повною та цікавою, додай до неї нові ідеї.

Придумай цікаву назву до кожного малюнка та підпиши його.

Оригінальність виконання малюнка в тесті П. Торранса є одним з основних показників креативності (творчості) випробовуваного. Оцінюється те, як часто конкретний варіант малюнка зустрічається в репрезентативній вибірці. Оригінальність (за П. Торрансом) – це вимірювання креативності, що виявляється в генеруванні реакцій, які відрізняються новизною (несподівані або статистично рідкісні).

Субтест 1. «Намалюйте картинку». Намалюйте картинку, при цьому в якості основи малюнка візьміть кольорову овальну пляму (Рис.3.6.1), вирізану з кольорового паперу. Колір овалу вибирається вами самостійно. Стимульна фігура має форму і розмір звичайного курячого яйця. Так само необхідно дати назву своєму малюнку.

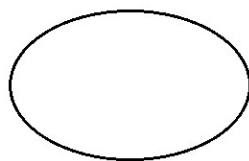


Рис.3.6.1

Субтест 2. «Завершення фігури». Домалюйте десять незакінчених

стимульних фігур. Придумайте назву до кожного малюнку. Зображення малюнків (Рис. 3.6.2).

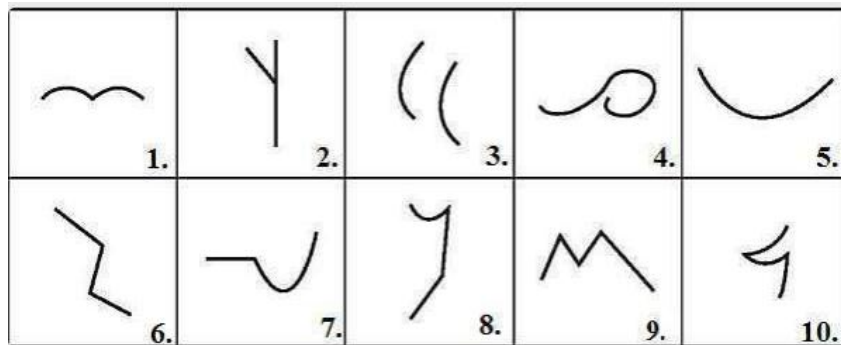


Рис. 3.6.2

Мінімальна кількість балів — 0, максимальна — 20 балів.

Примітка: теми малюнків, які не потрапили до таблиці, можна вважати дуже рідкісними, і тому вони оцінюються в 2 бали кожен (Рис. 3.6.3).

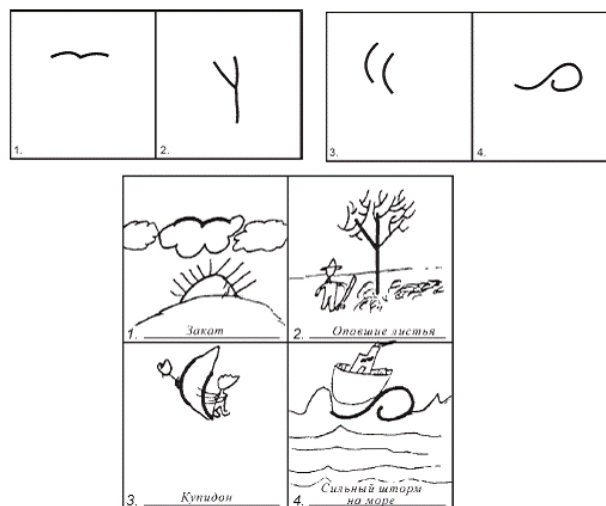


Рис. 3.6.3

Субтест 3. «Лінії, що повторюються». Є 30 пар паралельних вертикальних ліній. На основі кожної пари ліній необхідно створити який-небудь малюнок, що не повторюється.

Шаблон у зменшеному вигляді (Рис. 3.6.4):

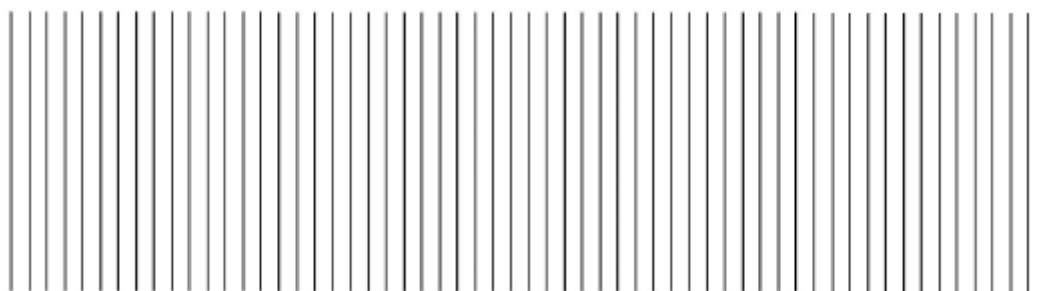


Рис. 3.6.4

Обробка результатів всього тесту передбачає оцінку п'яти показників: «швидкість», «оригінальність», «розробленість», «опір замикання» і «абстрактність назв».

Ключ до тесту Торренса

«Швидкість» - характеризує творчу продуктивність людини. Оцінюється тільки в 2 і 3 субтестах відповідно до наступних правил:

1) Для оцінки необхідно підрахувати загальну кількість відповідей (малюнків), поданих тестованим.

2) При підрахунку показника враховуються тільки адекватні відповіді. Якщо малюнок через свою неадекватність не одержує бал по «швидкості», то він виключається з усіх подальших підрахунків. Неадекватними визнаються наступні малюнки: малюнки, при створенні яких умова завдання (незакінчений малюнок або пара ліній) не була використана як складова частина зображення; малюнки, що представляють собою безглузді абстракції, що мають безглузду назву. Осмислені, але повторювані кілька разів малюнки вважаються за одну відповідь.

3) Якщо дві (або більше) незакінчених фігур в субтесті 2 використані при створенні однієї картинки, то нараховується кількість балів відповідно числу використаних фігур, так як це незвичайна відповідь.

4) Якщо дві (або більше) пари паралельних ліній в субтесті 3 використані при створенні однієї картинки, то нараховується тільки один бал, так як виражена одна ідея.

«Оригінальність» - найбільш значимий показник креативності. Ступінь

оригінальності свідчить про самотність, унікальність, специфічність творчого мислення тестованого. Показник «оригінальності» підраховується по всім трьом субтестам відповідно до правил: 1) Оцінка за «оригінальність» ґрунтується на статистичній рідкості відповіді. Звичайні, що часто зустрічаються відповіді оцінюються в 0 балів, всі інші в 1 бал. 2) Оцінюється малюнок, а не назва! 3) Загальна оцінка за оригінальність виходить в результаті сумування оцінок по всіх малюнках.

Список відповідей на 0 балів за «оригінальність»:

Примітка: Якщо в списку неоригінальних відповідей приводиться відповідь «обличчя людини» і відповідна фігура перетворена в обличчя, то даний малюнок одержує 0 балів, але якщо ця ж незакінчена фігура перетворена в вуса або губи, які потім стають частиною особи, то відповідь оцінюється в 1 бал.

Розглянутий показник можна аналізувати в співвідношенні з побіжністю: для цього отримані за оригінальність бали слід розділити на кількість завершених завдань і помножити на 100%.

Субтест 1 - оцінюється тільки той предмет, який був намальований на основі кольорової приклеєної фігури, а не сюжет в цілому - риба, хмара, хмара, квітка, яйце, звірі (цілком, тулуб, морда), озеро, обличчя або фігура людини.

Субтест 2. - зверніть увагу, всі незакінчені фігури мають свою нумерацію, зліва-направо і зверху-вниз: 1, 2, 3,.. .10.

Стимул №1: 0 балів: абстрактний візерунок, особа, голова людини, окуляри, птиця (летить), чайка. 1 бал: брови, очі людини, хвиля, море, тварина (морда), кіт, кішка, хмарка, хмара, надприродні істоти, серце («любов»), собака, сова, квітка, людина, чоловік, яблуко.

Стимул №2: 0 балів: абстрактний візерунок, дерево і його деталі, рогатка, квітка. 1 бал: буква (Ж, У і інші), будинок, будова, знак, символ, покажчик, птиця, сліди, ноги, цифра, людина.

Стимул №3: 0 балів: абстрактний візерунок, звукові і радіохвилі, обличчя людей, вітрильний корабель, човен, фрукти, ягоди. 1 бал: вітер, хмари, дощ, повітряні кульки, дерево і його деталі, дорога, міст, тварина або його морда, каруселі, гойдалки, колеса, лук і стріли, місяць, риба, санки, квіти.

Стимул №4: 0 балів: абстрактний візерунок, хвиля, море, знак питання, змія, обличчя людини, хвіст тварини, хобот слона. 1 бал: кіт, кішка, крісло, стілець, ложка, ополоник, миша, комаха, гусениця, черв'як, окуляри, птиця (гусак, лебідь), черепашка, надприродні істоти, трубка для куріння, квітка.

Стимул №5: 0 балів: абстрактний візерунок, блюдо, ваза, чаша, корабель, човен, обличчя людини, парасолька. 1 бал: водойма, озеро, гриб, губи, підборіддя, корзина, таз, лимон, яблуко, цибуля (і стріли), яр, яма, риба, яйце.

Стимул №6: 0 балів: абстрактний візерунок, сходи, ступен, обличчя людини. 1 бал: гора, скеля, ваза, дерево (ялина), кофта, піджак, плаття, блискавка, гроза, людина (чоловік, жінка), квітка.

Стимул №7: 0 балів: абстрактний візерунок, автомобіль, ключ, серп. 1 бал: гриб, ківш, черпак, лінза, лупа, обличчя людини, ложка, ополоник, молоток, окуляри, самокат, символ (серп і молот), тенісна ракетка.

Стимул №8: 0 балів: абстрактний візерунок, дівчинка (жінка), людина - голова або тіло. 1 бал: Літера: У і інші, ваза, дерево, книга, майка, плаття, ракета, надприродні істоти, квітка, щит.

Стимул №9: 0 балів: абстрактний візерунок, гори, пагорби, тварина і його вуха, буква М; 1 бал: верблюд, вовк, кіт, лисиця, обличчя людини і фігура, собака.

Стимул №10: 0 балів: абстрактний візерунок, гусак, качка, дерево (ялина), сучки, обличчя людини, лисиця. 1 бал: Буратіно, дівчинка, птиця, надприродні істоти, цифри, людина (фігура). Рис. 3.6.5.

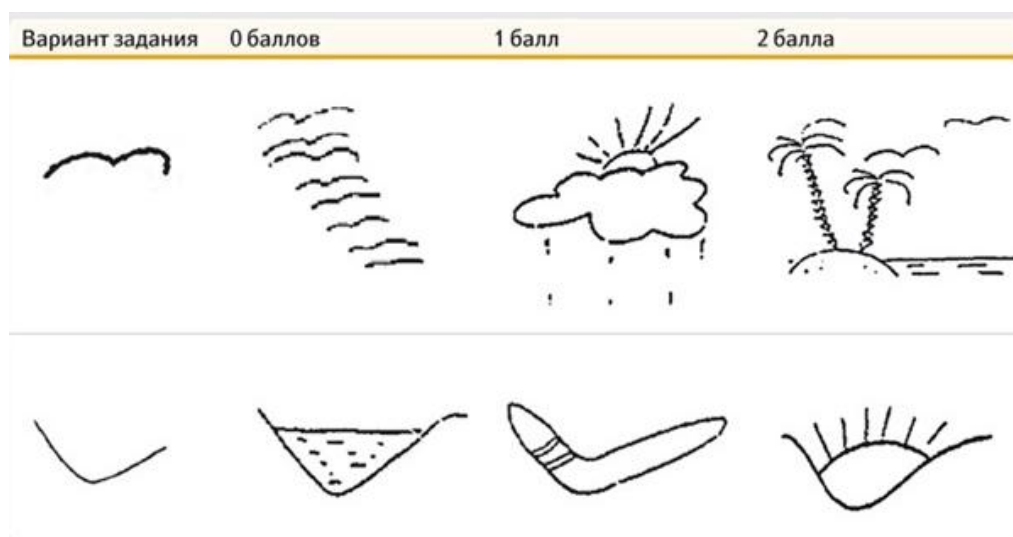


Рис. 3.6.5

Субтест 3: книга, зошит, побутова техніка, гриб, дерево, двері, будинок, паркан, олівець, коробка, обличчя або фігура людини, вікно, меблі, посуд, ракета, цифри. «Абстрактність назви» - висловлює здатність виділяти головне, здатність розуміти суть проблеми, що пов'язано з розумовими процесами синтезу і узагальнення. Цей показник підраховується в субтестах 1 і 2.

Оцінка відбувається по шкалі від 0 до 3.

0 балів: Очевидні назви, прості заголовки (найменування), що констатують клас, до якого належить намальований об'єкт. Ці назви складаються з одного слова, наприклад: «Сад», «Гори», «Булочка» і т.п.

1 бал: Прості описові назви, що описують конкретні властивості намальованих об'єктів, які виражають лише те, що ми бачимо на малюнку, або описують те, що людина, тварина або предмет роблять на малюнку, або з яких легко виводяться найменування класу, до якого належить об'єкт - «Мурка» (кішка), «Летюча чайка», «Новорічна ялинка», «Саяни» (гори), «Хлопчик хворіє» і т.п.

2 бали: Образні описові назви «Загадкова русалка», «SOS», назви описують почуття, думки «Давай пограємо».

3 бали: абстрактні, філософські назви. Ці назви виражають суть малюнка, його глибинний сенс «Мій відгомін», «Навіщо виходити звідти, куди ти повернешся ввечері».

«Опір замикання» - відображає «здатність тривалий час залишатися відкритим новизні і різноманітності ідей, досить довго відкладати прийняття остаточного рішення для того, щоб зробити розумовий стрибок і створити оригінальну ідею».

Підраховується тільки в субтесті 2. Оцінка від 0 до 2 балів.

0 балів: фігура замикається найшвидшим і простим способом: за допомогою прямої або кривої лінії, суцільний штрихування або зафарбовування, букви і цифри так само дорівнює 0 балів.

1 бал: Рішення перевершує просте замикання фігури. Тестований швидко і просто замикає фігуру, але після доповнює її деталями зовні. Якщо деталі додаються тільки усередині замкнутої фігури, то відповідь дорівнює 0 балів. · 2 бали: стимульна фігура не замикається взагалі, залишаючись відкритою частиною малюнка або фігура замикається за допомогою складної конфігурації. Два бали так само привласнюється у випадку, якщо стимульна фігура залишається відкритою частиною закритої фігури. Букви і цифри - відповідно 0 балів.

«Гнучкість» Цей показник дозволяє оцінити здатність дитини переходити від однієї стратегії до іншої, рівень інформованості і мотивації. Розмаїття ідей і підходів у випробуваного виявляється кількістю категорій, до яких можуть бути віднесені його відповіді (як малюнки, так і підписи до них). Розділивши це значення на показник швидкості і помноживши його на 100%, можна отримати індекс гнучкості. Низькі результати говорять про негнучкості мислення або про недостатній інтерес до виконання тесту.

Можливі категорії

Автомобіль: машина легкова, гоночна, вантажна, візок, трактор.

Ангели і інші божественні істоти, їх деталі, включаючи крила.

Аksesуари: браслет, корона, гаманець, монокль, намисто, окуляри, капелюх.

Білизна мотузка, шнур.

Букви: поодинокі або блоками, розділові знаки.

Повітряні кулі: одиночні або в гірлянді.

Повітряний змій.

Географічні об'єкти: берег, хвиля, вулкан, гора, озеро, океан, пляж, річка, скеля.

Геометричні фігури: квадрат, конус, коло, куб, прямокутник, ромб, трикутник.

Декоративна композиція: всі види абстрактних зображень, орнаменти, візерунки.

Дерево: всі види дерев, в тому числі новорічна ялина, пальма.

Дорога і дорожні системи: дорога, дорожні знаки і покажчики, міст, перехрестя, естакада.

Тварина, його голова або морда: бик, верблюд, змія, кішка, коза, лев, кінь, жаба, ведмідь, миша, мавпа, олень, свиня, слон, собака.

Тварина: сліди.

Звукові хвилі: магнітофон, радіохвилі, радіоприймач, рація, камертон, телевізор.

Парасолька.

Іграшка: кінь-качалка, лялька, кубик, маріонетка.

Інструменти: вила, граблі, кліщі, молоток, сокира.

Канцелярські та шкільне приладдя: папір, обкладинка, папка, зошит.

Книга: одна або стопка, газета, журнал.

Колеса: колесо, обід, підшипник, шина, штурвал.

Кімната або частини кімнати: стіна, кут.

Контейнер: бак, бідон, бочка, відро, консервна банка, глек, капелюшна коробка, ящик.

Корабель, човен: каное, моторний човен, катер, пароплав, вітрильник.

Коробка: коробок, пакет, подарунок, згорток.

Космос: космонавт.

Багаття, вогонь.

Хрест: Червоний хрест, християнський хрест, могила.

Сходи: приставні, драбина, трап.

Літальний апарат: бомбардувальник, планер, ракета, літак, супутник.

Меблі: буфет, гардероб, ліжка, крісло, парта, стіл, стілець, тахта.

Механізми та прилади: комп'ютер, лінза, мікроскоп, прес, робот, шахтарський молот.

Музика: арфа, барабан, гармонь, дзвіночок, ноти, піаніно, рояль, свисток, цимбали.

М'ячі: баскетбольні, тенісні, бейсбольні, волейбольні, грудочки бруду, сніжки.

Наземний транспорт - см. «Автомобіль», не вводити нову категорію.

Комаха: метелик, блоха, богомол, гусениця, жук, клоп, мураха, муха, павук, бджола, світлячок, черв'як.

Небесні тіла: Велика Ведмедиця, Венера, затемнення місяця, зірка, місяць, метеорит, комета, сонце.

Хмара, хмара: різні види і форми.

Взуття: черевики, валянки, чоботи, тапки, туфлі.

Одяг: брюки, кальсони, кофта, чоловіча сорочка, пальто, піджак, плаття, халат, шорти, спідниця.

Зброя: гвинтівка, лук і стріли, кулемет, гармата, рогатка, щит.

Відпочинок: велосипед, каток, крижана гірка, парашутна вишка, плавальна дошка, роликові ковзани, санки, теніс.

Їжа: булка, кекс, цукерка, льодяник, коржик, морозиво, горіхи, тістечко, цукор, тости, хліб.

Погода: дощ, краплі дощу, заметіль, веселка, сонячні промені, ураган.

Предмети домашнього вжитку: ваза, вішалка, зубна щітка, каструля, ківш, кавоварка, мітла, чашка, щітка.

Птах: лелека, журавель, індик, курка, лебідь, павич, пінгвін, папуга,

качка, фламінго, курча.

Розваги: співак, танцюрист, циркач.

Рослини: зарості, чагарник, трава.

Риба і морські тварини: гуппі, золота рибка, кит, восьминіг.

Надприродні (казкові) істоти: Аладдін, баба Яга, біс, вампір, відьма, Геркулес, диявол, монстр, привид, фея, рис.

Світильник: чарівний ліхтар, лампа, свічка, вуличний світильник, ліхтар, електрична лампа.

Символ: значок, герб, прапор, прапор, цінник, чек, емблема.

Сніговик.

Спорт: бігова доріжка, бейсбольна площадка, скачки, спортивний майданчик, футбольні ворота.

Будова: будинок, палац, будівля, хата, буда, хмарочос, готель, пагода, хатина, храм, церква.

Будова, його частини: двері, дах, вікно, підлога, стіна, труба.

Будівельний матеріал: дошка, камінь, цегла, плита, труба.

Очерет і вироби з нього.

Притулок, укриття (не будинок): навіс, окоп, намет, тент, курінь.

Фрукти: ананас, апельсин, банан, ваза з фруктами, вишня, грейпфрут, груша, лимон, яблуко.

Квітка: маргаритка, кактус, соняшник, троянда, тюльпан.

Цифри. одна або в блоці, математичні знаки.

Годинники: будильник, пісочний годинник, секундомір, сонячний годинник, таймер.

Дівчинка, жінка, хлопчик, черниця, чоловік, певна особистість, старий.

Частини тіла людини: брови, волосся, очей, губи, кістка, ноги, ніс, рот, руки, серце, вухо, язик.

Яйце: всі види, включаючи пасхальне, яєчня.

«Розробленість» - відображає здатність детально розробляти придумані

ідеї. Оцінюється у всіх трьох субтестах.

Принципи оцінки:

1. Один бал нараховується за кожну істотну деталь малюнка доповнює вихідну фігуру, при цьому деталі, що відносяться до одного і того ж класу, оцінюються тільки один раз, наприклад, у квітки багато пелюстків - всі пелюстки вважаємо як одну деталь. Наприклад: квітка має серцевину (1 бал), 5 пелюстків (+1 бал), стебло (+1), два листочки (+1), пелюстки, серцевина і листя заштриховані (+1 бал) разом: 5 балів за малюнок.

2. Якщо малюнок містить кілька однакових предметів, то оцінюється розробленість одного з них + ще один бал за ідею намалювати інші такі ж предмети. Наприклад: в саду може бути кілька однакових дерев, в небі - однакові хмари і т.п. Бонусні бали дається за кожну істотну деталь із квіток, дерев, птахів і один бал за ідею намалювати таких же птахів, хмари і т.п.

3. Якщо предмети повторюються, але кожен з них має відмінну деталь, то необхідно дати по одному балу за кожну відмінну деталь. Наприклад: квітів багато, але у кожного свій колір - по одному новому балу за кожен колір.

4. Дуже примітивні зображення з мінімальною «розробленістю» оцінюються в 0 балів. Інтерпретація результатів тесту Торренса. Підсумуйте бали, отримані при оцінці всіх п'яти чинників («швидкість», «оригінальність», «абстрактність назви», «опір замикання» і «розробленість») і поділіть цю суму на п'ять.

«Абстрактність назви» В тесті оцінюються не тільки малюнки учасників, а й назви-пояснення, які вони їм дають. Бали за заголовки нараховуються за наступною шкалою:

0: очевидні назви, прості, що констатують клас, до якого належить намальований об'єкт, що складаються з одного слова («Сад», «Гори», «Булочка» і так далі);

1: прості назви, що описують конкретні властивості намальованих об'єктів, які виражають лише те, що ми бачимо на малюнку, або описують те,

що людина, тварина або предмет роблять на зображенні, або з яких, легко виводяться найменування класу, до якого належить об'єкт (« Мурка »,« Летюча чайка »,« Новорічна ялинка »,« Саяни »,« Хлопчик хворіє »та інші);

2: образні назви («Загадкова русалка», «SOS»), що описують почуття, думки («Давай пограємо», наприклад);

3: абстрактні та філософські заголовки, що виражають суть малюнка, його глибинний сенс («Мій відгомін», «Навіщо виходити звідти, куди ти повернешся ввечері» і подібні).

Приклад розшифровки Представлений на зображенні приклад демонструє, як нараховуються бали відповідно до шкалами. Перша цифра (зліва направо) відноситься до номера категорії, друга позначає бали, отримані за оригінальність, третя - окуляри за розробленість. Рис. 3.6.6.

Отриманий результат означає наступний рівень креативності по Торренсу:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 30 - погано | 61-65 - трохи вище норми |
| 30-34 - нижче норми | 66-70 - вище норми |
| 35-39 - трохи нижче норми | > 70 – відмінно. |
| 40-60 - норма | |









67-1-5	 Купідон	 Синій човок на морі.	33-0-7
36-1-6	 Собака з жовтими очима	 Підняв руку	19-2-4
36-0-6	 Антикварний ключ	 Чоловік	37-0-3
4-1-6	 кошка	 рука	

Рис. 3.6.6

Діагностика невербальні креативності**(Тест Е.Торранса, адаптований А.Н.Вороніним, 1994)**

Умови проведення:

Тест може проводитись в індивідуальній або груповій формі. Для створення сприятливих умов тестування вчителю необхідно мінімізувати мотивацію досягнення і зорієнтувати учасників тесту на свободі прояву своїх прихованих здібностей. При цьому краще уникати відкритого обговорення предметної направленості методики, тобто не потрібно повідомляти про те, що тестуються саме творчі здібності (особливо творче мислення). Тест можна подати як методику на «оригінальність», можливість проявити себе в образному стилі. Час, відведений на проведення тесту по можливості не обмежувати, орієнтовно відводячи на кожну картинку по 1 - 2 хв. При цьому необхідно підбадьорювати учасників тестування, якщо вони довго думають над відповіддю.

Запропонований варіант теста являє собою набір картинок з деяким набором елементів (ліній), використовуючи які, учасникам тестування необхідно дорисувати картинку до деякого осмисленого зображення. В даному варіанті теста використовуються 6 картинок, які не дублюють за своїми вихідними елементами один одного і дають найбільш точні результати (Рис. 3.6.7).

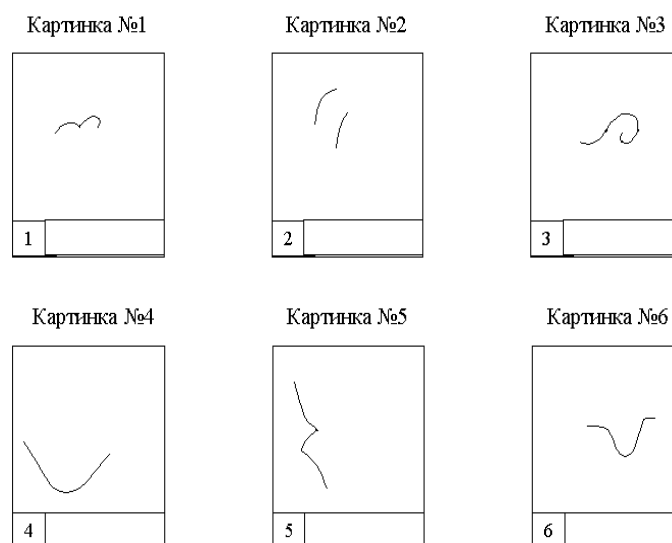


Рис. 3.6.7.

Потрібно домалювати картинки і дати їм назви. Домальовувати можна що завгодно і як завгодно.

В тесті використовуються наступні показники креативності:

Оригінальність (Ор), виявляє ступінь несхожості створеного випробуванним зображення на зображення інших випробовуваних (статистична рідкість відповіді). При цьому слід пам'ятати, що двох ідентичних зображень не буває, відповідно, говорити слід про статистичну різноманітність типів (або класів) малюнків. У доданому нижче атласі наведені різні типи малюнків і їх умовні назви, запропоновані автором адаптації даного тесту, що відображають загальну істотну характеристику зображення. Слід врахувати, що умовні назви малюнків, як правило, не збігаються з назвами малюнків, даними самими піддослідними. Оскільки тест використовується для діагностики невербальної креативності, назви картинок, запропоновані піддослідними, з подальшого аналізу виключаються і використовуються тільки як допоміжний засіб для розуміння суті малюнка.

Унікальність (Ун), що визначається як сума виконаних завдань, що не мають аналогів у вибірці (атласі малюнків).

Інструкція до тесту:

Перед вами бланк з недомальованими картинками. Вам необхідно домалювати їх, обов'язково включаючи запропоновані елементи в контекст і намагаючись не виходити за обмежувальні рамки малюнка. Домальовувати можна що завгодно і як завгодно, бланк при цьому можна обертати. Після завершення малюнка необхідно дати йому назву, яке слід підписати в рядку під малюнком.

Обробка результатів тестування.

Для інтерпретації результатів тестування нижче представлений атлас типових малюнків контрольної вибірки менеджерів (23-35 років). До кожної серії малюнків розрахований індекс Ор по вибірці. Для оцінки результатів

тестування випробовуваних, що відносяться до контингенту менеджерів або схожим з ним, пропонується наступний алгоритм дій.

Необхідно зіставити домальовані картинки з наявними в атласі, звертаючи увагу при цьому на використання подібних деталей і смислових зв'язків; при знаходженні схожого типу привласнити даному малюнку оригінальність, зазначену в атласі. Якщо в атласі немає такого типу малюнків, то оригінальність даної дорисованної картинки вважається 1,00, тобто вона унікальна. Індекс оригінальності підраховується як середнє арифметичне оригінальностей всіх картинок, індекс унікальності – як сума всіх унікальних картинок.

Використовуючи відсоткову шкалу, побудовану для цих двох індексів за результатами контрольної вибірки, можна визначити показник невербальної креативності даної людини як його місце щодо даної вибірки:

1	0%	20%	40%	60%	80%	100%
2	0,95	0,76	0,67	0,58	0,48	0,00
3	4	2	1	1	0	0

Примітка:

1 - відсоток людей, результати яких перевищують зазначений рівень креативності;

2 - значення індексу оригінальності;

3 - значення індексу унікальності.

Діагностика творчих здібностей (Є.Є.Тунік)

Дана методика дозволяє визначити чотири особливості творчої особистості: допитливість (Д); уява (У); складність (С) і схильність до ризику (Р).

Інтерпретація тесту.

Основні критеріальні прояви досліджуваних факторів:

Допитливість. Суб'єкт із вираженою допитливістю найчастіше всіх цікавиться усім, йому подобається вивчати будову механізмів, він постійно шукає нові шляхи (способи) мислення, любить вивчати нові речі й ідеї, шукає різні можливості рішення завдань, вивчає підручники ігри, карти, картини й т.д., щоб пізнати якнайбільше.

Уява. Суб'єкт із розвиненою уявою: придумує розповіді про місця, які він ніколи не бачив; уявляє, як інші будуть вирішувати проблему, яку він вирішив сам; сприймає картини і малюнки незвично, не так, як інші; часто дивується із приводу різних ідей і подій.

Складність. Суб'єкт, орієнтований на пізнання складних явищ, виявляє цікавість до складних речей та ідей; любить ставити перед собою важкі завдання; любить вивчати щось без сторонньої допомоги; проявляє наполегливість у досягненні своєї мети; пропонує складніші шляхи рішення проблеми, ніж це здається необхідним; йому подобаються складні завдання.

Схильність до ризику. Проявляється у тому, що суб'єкт буде відстоювати свої ідеї, не звертаючи уваги на реакцію інших; ставити перед собою високі цілі й буде намагатися їх здійснити; допускає для себе можливість помилок і провалів; любить вивчати нові речі або ідеї та не піддається чужому впливу; у нього не виникає занепокоєння, коли однокласники, учителі або батьки виражають своє несхвалення; воліє мати шанс ризикнути, щоб довідатися, що із цього вийде.

Інструкція до тесту

Це завдання допоможе вам з'ясувати, наскільки творчою особистістю ви себе вважаєте. Серед наступних коротких пропозицій ви знайдете такі, які підходять вам найкраще, ніж інші. Їх слід зазначити знаком «Х» у колонці «В основному вірно». Деякі пропозиції підходять вам лише частково, їх варто позначити знаком «Х» у колонці «Здебільшого вірно». Інші твердження не підійдуть вам зовсім, їх потрібно відзначити знаком «Х» у колонці «Ні». Ті твердження, щодо яких ви не можете прийти до рішення, потрібно позначити

знаком «X» у колонці «Не можу вирішити».

Робіть позначки до кожного речення й не замислюйтеся довго над відповіддю. Тут немає правильних або неправильних відповідей. Відзначайте перше, що прийде вам у голову, читаючи речення. Це завдання необмежене у часі, але працюйте якнайшвидше.

Пам'ятайте, що, відповідаючи на кожне речення, ви повинні відзначити те, що дійсно відчуваєте. Ставте знак «X» у той стовпчик, що найбільше підходить вам. На кожне питання виберіть тільки одну відповідь.

Тестовий матеріал

1. Якщо я не знаю правильної відповіді, то спробую вгадати її.
2. Я люблю розглядати предмет ретельно й докладно, щоб виявити деталі, яких не бачив раніше.
3. Зазвичай я запитую, якщо чого-небудь не знаю.
4. Мені не подобається планувати справи заздалегідь.
5. Перед тим як грати в нову гру, я повинен переконатися, що зможу виграти.
6. Мені подобається уявляти собі те, що мені потрібно буде дізнатися або зробити.
7. Якщо щось не вдається з першого разу, я буду працювати до тих пір, поки не зроблю це.
8. Я ніколи не виберу гру, яка іншим незнайома.
9. Краще я буду робити все як зазвичай, ніж шукати нові способи.
10. Я люблю з'ясовувати, чи так усе насправді.
11. Мені подобається займатися чимось новим.
12. Я люблю знайомитися з новими друзями.
13. Мені подобається думати про те, чого зі мною ніколи не траплялося.
14. Зазвичай я не витрачаю час на мрії про те, що коли-небудь буду відомим артистом, музикантом, поетом.
15. Деякі мої ідеї так захоплюють мене, що я забуваю про все на світі.

16. Мені більше сподобалося б жити й працювати на космічній станції, ніж тут, на Землі.
17. Я нервую, якщо не знаю, що відбудеться далі.
18. Я люблю усе незвичне.
19. Я часто намагаюся уявити, про що думають інші люди.
20. Мені подобаються розповіді або телевізійні передачі про події, які трапилися в минулому.
21. Мені подобається обговорювати мої ідеї в компанії друзів.
22. Я зазвичай зберігаю спокій, коли роблю щось не так, або помиляюся.
23. Коли я виросту, мені хотілося б зробити щось таке, що нікому не вдавалося до мене.
24. Я вибираю друзів, які завжди роблять все звичайним способом.
25. Багато існуючих правил мене зазвичай не влаштовують.
26. Мені подобається вирішувати навіть таку проблему, яка не має правильної відповіді.
27. Існує багато речей, з якими мені хотілося б експериментувати.
28. Якщо я один раз знайшов відповідь на питання, я не буду шукати іншої.
29. Я не люблю виступати перед групою.
30. Коли я читаю або дивлюся телевізор, я уявляю себе якимось героєм.
31. Я люблю уявляти собі, як жили люди 200 років тому.
32. Мені не подобається нерішучість моїх друзів.
33. Я люблю досліджувати старі валізи й коробки, щоб просто подивитися, що в них може бути.
34. Мені хотілося б, щоб мої батьки й оточуючі робили все як звичайно, й не змінювалися.
35. Я довіряю своїм відчуттям, передчуттям.
36. Цікаво припустити що-небудь і перевірити правильність моїх думок.

37. Цікаво братися за головоломки та ігри, у яких необхідно розраховувати свої подальші ходи.

38. Мене цікавлять механізми, цікаво подивитися, що в них усередині і як вони працюють.

39. Моїм кращим друзям не подобаються дурні ідеї.

40. Я люблю придумувати щось нове, навіть якщо це неможливо застосувати на практиці.

41. Мені подобається, коли всі речі лежать на своїх місцях.

42. Мені було б цікаво шукати відповіді на питання, які можуть виникнути у майбутньому.

43. Я люблю братися за нове, щоб подивитися, що із цього вийде.

44. Мені цікавіше грати в улюблені ігри заради задоволення, а не за для виграшу.

45. Мені подобається міркувати про щось цікаве, про те, що ще нікому не спадало на думку.

46. Коли я бачу картину, на якій зображений хто-небудь незнайомий, мені цікаво довідатися, хто це.

47. Я люблю перегортати книги й журнали для того, щоб просто подивитися, що в них.

48. Я думаю, що на більшість питань існує одна правильна відповідь.

49. Я люблю задавати питання про такі речі, про які інші люди не замислюються.

50. У мене є багато цікавих справ, як в навчальному закладі, так і вдома.

Обробка даних тесту:

Під час оцінки даних опитувальника використовуються чотири фактори, що тісно корелюють із творчими проявами особистості. Вони включають: Допитливість (Д), Уяву (У), Складність (С) і Схильність до ризику (Р). Ми одержуємо чотири показники за кожним фактором, а також загальний сумарний показник.

При обробці даних використовується або шаблон, який можна накладати на аркуш відповідей тесту, або порівняння відповідей випробовуваного із ключем у звичайній формі.

Ключ до тесту

Схильність до ризику (відповіді оцінюються в 2 бали):

позитивні відповіді: 1, 21, 25, 35, 36, 43, 44;

негативні відповіді: 5, 8, 22, 29, 32, 34;

всі відповіді на дані питання у формі «може бути» оцінюються в 1 бал;

всі відповіді «не знаю» на дані питання оцінюються в — 1 бал і віднімаються із загальної суми.

Допитливість (відповіді оцінюються в 2 бали):

позитивні відповіді: 2, 3, 11, 12, 19, 27, 33, 37, 38, 47, 49;

негативні відповіді: 28;

всі відповіді «може бути» оцінюються в +1 бал, а відповіді «не знаю» — в -1 бал.

Складність (відповіді оцінюються в 2 бали):

позитивні відповіді: 7, 15, 18, 26, 42, 50;

негативні: 4, 9, 10, 17, 24, 41, 48;

всі відповіді у формі «може бути» оцінюються в +1 бал, а відповіді «не знаю» — в -1 бал.

Уява (відповіді оцінюються в 2 бали):

позитивні: 13, 16, 23, 30, 31, 40, 45, 46;

негативні: 14, 20, 39;

всі відповіді «може бути» оцінюються в +1 бал, а відповіді «не знаю» — в -1 бал.

У цьому випадку визначення кожного із чотирьох факторів творчих здібностей особистості здійснюється на основі позитивних і негативних відповідей, оцінюваних в 2 бали, що частково збігаються із ключем (у формі «може бути»), оцінюваних в 1 бал, і відповідей «не знаю», оцінюваних в -1 бал.

З 50 пунктів 12 тверджень відносяться до допитливості, 12 - до уяви, 13 - до здатності йти на ризик, 13 тверджень - до фактору складності. Якщо всі відповіді збігаються із ключем, то сумарний бал може дорівнювати 100, якщо не відмічені пункти «не знаю».

Якщо випробуваний дає всі відповіді у формі «може бути», то його оцінка може скласти 50 балів у випадку відсутності відповідей «не знаю». Кінцева кількісна оцінка того або іншого фактору визначається шляхом підсумовування всіх відповідей, що збігаються із ключем, і відповідей «може бути» (+1) і вирахування із цієї суми всіх відповідей «не знаю» (-1 бал). Чим вище оцінка людини, що відчуває позитивні почуття стосовно себе, тим більш вона є творчою особистістю: допитливою, з уявою, здатною піти на ризик і розібратися в складних проблемах, всі вищезгадані особистісні фактори тісно пов'язані із творчими здібностями.

Оцінки можуть бути отримані по кожному фактору тесту окремо, або- як сумарна оцінка. Оцінки за факторами та сумарна оцінка краще демонструють сильні (висока оцінка) та слабкі (низька оцінка) сторони дитини. Оцінка окремого фактору й сумарний «сирій» бал можуть бути згодом переведені в стандартні бали й відображені на індивідуальному профілі учня.

Тест на мислення і креативність. Опитувальник визначення типів мислення і рівня креативності. Діагностика за методикою Дж. Брунера

Інструкція. У кожної людини переважає певний тип мислення. Даний опитувальник допоможе вам визначити тип свого мислення. Якщо згодні з висловлюванням, в бланку поставте «+», якщо немає «-».

Тестовий матеріал.

1. Мені легше що-небудь зробити, ніж пояснити, чому я так зробив (а).
2. Я люблю налаштовувати програми для комп'ютера.
3. Я люблю читати художню літературу.
4. Я люблю живопис (скульптуру).

5. Я не вважав за краще (а) б роботу, в якій все чітко визначено.

6. Мені простіше засвоїти щось, якщо я маю можливість маніпулювати предметами.

7. Я люблю шахи, шашки.

8. Я легко висловлюю свої думки як в усній, так і в письмовій формі.

9. Я хотів (ла) би займатися колекціонуванням.

10. Я люблю і розумію абстрактний живопис.

11. Я швидше хотів (ла) би бути слюсарем, ніж інженером.

12. Для мене алгебра цікавіше, ніж геометрія.

13. У художній літературі для мене важливіше не що сказано, а як сказано.

14. Я люблю відвідувати видовищні заходи.

15. Мені не подобається регламентована робота.

16. Мені подобається що-небудь робити своїми руками.

17. У дитинстві я любив (а) створювати свою систему слів / знаків / шифр для листування з друзями.

18. Я надаю великого значення формі вираження думок.

19. Мені важко передати зміст оповідання без його образного уявлення.

20. Не люблю відвідувати музеї, так як всі вони однакові.

21. Будь-яку інформацію я сприймаю як керівництво до дії.

22. Мене більше приваблює товарний знак фірми, ніж її назва.

23. Мене приваблює робота коментатора радіо, телебачення.

24. Знайомі мелодії викликають у мене в голові певні картини.

25. Люблю фантазувати.

26. Коли я слухаю музику, мені хочеться танцювати.

27. Мені цікаво розбиратися в кресленнях і схемах.

28. Мені подобаються художня література.

29. Знайомий запах викликає всю картину подій, що відбулися багато років тому.

30. Різноманітні захоплення роблять життя людини багатшим.
31. Істинно тільки те, що можна відчутти наощуп.
32. Я віддаю перевагу точним наукам.
33. Я за словом в кишеню не лізу.
34. Люблю малювати.
35. Один і той же спектакль / фільм можна дивитися багато разів, головне - гра акторів, нова інтерпретація.
36. Мені подобалося в дитинстві збирати механізми з деталей конструктора.
37. Мені здається, що я зміг (ла) би вивчити стенографію.
38. Мені подобається читати вірші вголос.
39. Я згоден (а) з твердженням, що краса врятує світ.
40. Я вважав за краще (а) б бути закрійником, а не кравцем.
41. Краще зробити табуретку руками, ніж займатися її проектуванням.
42. Мені здається, що я зміг (ла) би опанувати професію програміста.
43. Люблю поезію.
44. Перш ніж виготовити якусь деталь, спочатку я роблю креслення.
45. Мені більше подобається процес діяльності, ніж її кінцевий результат.
46. Для мене краще попрацювати в майстерні, ніж вивчати креслення.
47. Мені цікаво було б розшифрувати древні писемності.
48. Якщо мені потрібно виступити, то я завжди готую свою промову, хоча впевнений (а), що знайду необхідні слова.
49. Більше люблю вирішувати завдання з геометрії, ніж з алгебри.
50. Навіть у налагодженому справі намагаюся творчо змінити щось.
51. Я люблю вдома займатися рукоділлям, майструвати.
52. Я зміг (ла) би опанувати мовами програмування.
53. Мені неважко написати твір на задану тему.
54. Мені легко уявити образ неіснуючого предмета або явища.
55. Я іноді сумніваюся навіть в тому, що для інших очевидно.

56. Я вважав за краще (а) б сам (а) відремонтувати праску, ніж нести її в майстерню.

57. Я легко засвоюю граматичні конструкції мови.

58. Люблю писати листи.

59. Сюжет фільму можу уявити як ряд образів.

60. Абстрактні картини дають великий поштовх для роздумів.

61. У школі мені найбільше подобалися уроки праці.

62. У мене не викликає ускладнень вивчення іноземної мови.

63. Я охоче щось розповідаю, якщо мене просять друзі.

64. Я легко можу уявити в образах зміст почутого.

65. Я не хотів (ла) би підкоряти своє життя певній системі.

66. Я частіше спочатку зроблю, а потім думаю про правильність, рішення.

67. Думаю, що зміг (ла) би вивчити китайські ієрогліфи.

68. Не можу не поділитися тільки що почутої новиною.

69. Мені здається, що робота сценариста / письменника цікава.

70. Мені подобається робота дизайнера.

71. При вирішенні якоїсь проблеми мені легше йти методом проб і помилок.

72. Вивчення дорожніх знаків не склало / не складе мені труднощів.

73. Я легко знаходжу спільну мову з незнайомими людьми.

74. Мене приваблює робота художника-оформлювача.

75. Не люблю ходити одним і тим же шляхом.

Ключ до тесту на мислення і креативність. Обробка та аналіз даних проводиться наступним чином: підраховується сума «+» по кожному колонку.

<i>Предметне мислення</i>	<i>Символьне мислення.</i>	<i>Знакове мислення.</i>	<i>Образне мислення.</i>	<i>Креативність</i>
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50
51	52	53	54	55
56	57	58	59	60
61	62	63	64	65
66	67	68	69	70
71	72	73	74	75
Сума =	Сума =	Сума =	Сума =	Сума =

Інтерпретація результатів тесту на мислення і креативність. (Опитувальник Визначення типів мислення і рівня креативності. Діагностика по методу Дж. Брунера.)

Рівень креативності та базового типу мислення розбивається на три інтервали:

- низький рівень (від 0 до 5 балів),
- середній рівень (від 6 до 9 балів),
- високий рівень (від 10 до 15 балів)

Предметне мислення. Люди з практичним складом розуму воліють предметне мислення, для якого характерні нерозривний зв'язок з предметом в просторі і часі, здійснення перетворення інформації за допомогою предметних дій, послідовне виконання операцій. Існують фізичні обмеження на перетворення. Результатом такого типу мислення стає думка, втілена в новій конструкції.

Символьне мислення. Люди з математичним складом розуму віддають перевагу символічного мислення, коли відбувається перетворення інформації за допомогою правил виведення (зокрема, алгебраїчних правил або арифметичних знаків і операцій). Результатом є думка, виражена у вигляді структур і формул, які фіксують істотні відносини між символами.

Знакове мислення. Особистості з гуманітарним складом розуму воліють знакова мислення. Воно характеризується перетворенням інформації за

допомогою умовиводів. Знаки об'єднуються в більш великі одиниці за правилами єдиної граматики. Результатом є думка у формі поняття або висловлювання, що фіксує істотні відносини між позначаються предметами.

Образне мислення. Люди з художнім складом розуму воліють подібний тип мислення. Це відділення від предмета в просторі і часі, здійснення перетворення інформації за допомогою дій з образами. Немає фізичних обмежень на перетворення. Операції можуть здійснюватися як послідовно, так і одночасно. Результатом служить думка, втілена в новому образі.

Креативність - творчі здібності людини, що характеризуються готовністю до створення принципово нових ідей. На думку П. Торренса, креативність включає в себе підвищену чутливість до проблем, до дефіциту або суперечливості знань, дії за визначенням цих проблем, по пошуку їх рішень на основі висунення гіпотез, по перевірці та зміни гіпотез, по формулюванню результату рішення. Для розвитку творчого мислення використовуються навчальні ситуації, які характеризуються незавершеністю або відкритістю для включення нових елементів, заохочується до формулювання безлічі питань.

Тест на креативність (творчість) Дж. Гілфорда

(Час на виконання тесту Дж. Гілфорда — 21хв.)

Тест «Інтерпретація зображень»

Інструкція. Вам пропонуються три зображення, які можна витлумачити (відповісти на запитання: що це таке?) найрізноманітнішим чином, зокрема і в гумористичній формі. На кожне зображення відводиться 3 хв часу. Ваше завдання полягає в тому, щоб поряд із кожним запропонованим зображенням написати якомога більше тлумачень, інтерпретацій (Рис. 3.6.8.- 3.6.10).



Рис. 3.6.8.



Рис. 3.6.9.



Рис. 3.6.10

Найпоширеніші варіанти:

- малюнок 3.6.8 — кола на воді; мішень; кришка люка стічної системи; сомбреро згори; рулетка; сонячна система; орбіти електронів; вигляд всередині труби; піраміда згори; земляний черв'як;

- малюнок 3.6.9 — два отвори у каналізаційному люку; яблука на тарілці; окуляри;

- малюнок 3.6.10 — скакалка; гори; хвилі на воді; графік; спина Змія Горинича.

Під час підрахунку набраних балів за цим тестом враховуються загальна кількість назв за відведений час, їхня нестандартність. Так, щодо першого зображення, то за варіанти, аналогічні першим чотирьом з наведених вище, зараховується по 1 балу; за аналогічні наступним чотирьом — по 2 бали; за аналогічні останнім двом — по 3 бали за кожен.

Щодо другого запропонованого зображення, то за кожен вибір, аналогічний наведеним до цього завдання, тестований отримує по 2 бали. Щодо третього зображення, то за кожен варіант, аналогічний наведеним першим чотирьом, зараховується по 1 балу; за кожен вибір іншого значення — по 2 бали.

Норми оцінювання творчої обдарованості за тестом

високий — понад 32 бали;

помірний — 22—32;

відсутній — менш ніж 22.

Тест «Використання предметів»

Інструкція. Вам пропонується у письмовому вигляді викласти найрізноманітніші способи використання таких предметів: 1) порожніх скляних пляшок; 2) довгих металевих цвяхів; 3) тирси (необмеженої кількості). На кожну з наведених груп предметів відводиться 2 хв. Після закінчення цього часу слід негайно перейти до наступної групи предметів. Тестовий показник

визначатиметься загальною кількістю запропонованих способів використання цих предметів за всіма трьома групами.

Продукуючи способи використання наведених предметів, слід орієнтуватися на визначальні властивості останніх. Зокрема, пляшка — ємність, посуд, прозора, крихка; тирса — аморфна, гігроскопічна маса; цвях — тонкий, довгий, міцний, гострий. За кожен осмислений варіант використання запропонованих предметів тестованому нараховується 1 бал. Кількісним показником роботи з тестом є підсумкова кількість набраних балів.

високий рівень — понад 30 балів;

помірний — 22—30;

відсутність — менш ніж 22.

Тест «Конкретизація»

Інструкція. Візьміть чистий аркуш паперу і запишіть якомога більше принципово відмінних явищ чи предметів, які можуть бути: 1) червоними; 2) круглими; 3) нескінченними. На кожен з категорій предметів відводиться 2 хв. Загалом у вашому розпорядженні 6 хв. Зауважте, що до кожної категорії ви добирате предмети незалежно від інших. За кожен осмислений варіант відповіді нараховується 1 бал.

високий рівень — понад 32 бали;

помірний — 24—32;

відсутність — менш ніж 24.

Зазначені кількісні показники є певною мірою умовними. Відповідна достовірність досягається лише в результаті виведення сукупного балу. Він є простою арифметичною сумою балів, отриманих за кожним окремим тестом.

Сукупні кількісні нормативні показники за тестом Дж. Гілфорда «Креативність»

високий рівень — понад 92 бали;

помірний — 76—92;

низький — 64—76;

відсутність — менш ніж 64.

Тест Векслера (або Шкала Векслера)

Тест є одним з найвідоміших тестів для вимірювання рівня інтелектуального розвитку та розроблена Девідом Векслером в 1939 році. Тест заснований на ієрархічній моделі інтелекту Д. Векслера і діагностує загальний інтелект і його складові - вербальний і невербальний інтелекти.

Тест Векслера складається з 11 окремих субтестів, розділених на 2 групи, - 6 вербальних і 5 невербальних. Кожен тест включає від 10 до 30 запитань і завдань, що поступово ускладнюються. До вербальних субтестів відносяться завдання, що виявляють загальну обізнаність, загальну тямущість, здібності, знаходження схожості, відтворення цифрових рядів і т. д. До невербальних субтестів відносяться наступні: шифровка, знаходження відсутніх деталей в картині, визначення послідовності картин, складання фігур. Виконання кожного субтеста оцінюють в балах з їх подальшим переведенням в уніфіковані шкальні оцінки, що дозволяють аналізувати результати. Розглянемо окремі субтести.

Субтест 9. Кубики Коосса

Загальні правила:

1. Випробуваний повинен сидіти прямо перед столом.
2. Завдання «А», «В», «С», №№ 1-4 виконувати з 4-х кубиків, завдання №№ 5-7 - з 9 кубиків.
3. Перед кожним завданням перемішати кубики таким чином, щоб при виконанні з 4-х кубиків тільки один, а при виконанні з 9-ти кубиків тільки два кубика мали червону або червоно-білу поверхню.

Потрібно пояснити і показати забарвлення кубиків («всі кубики пофарбовані однаково»).

Починати з фігури «А».

1. При випробуваному скласти кубики, як показано на зображенні. Картку випробуваному не показувати. Залишити складену з кубиків фігуру «А» як модель.

2. Запропонувати скласти їх 4-х кубиків той же, що і на моделі, розташувавши ці кубики між випробуваним і моделлю. При невдачі продемонструвати правильне виконання на кубиках випробуваного, зруйнувавши, знову запропонувати зібрати по моделі. Незалежно від результату перейти до фігури «В».

Оцінки: за виконання з першої спроби - 2 бали, з другої - 1 бал.

Фігура «В»

1. За ширмою скласти фігуру «В». Показати випробуваному в готовому вигляді і залишити як модель. Запропонувати скласти з 4-х інших кубиків аналогічну фігуру по моделі. При невдачі продемонструвати правильне виконання на кубиках випробуваного, і, зруйнувавши, знову запропонувати зібрати по моделі. При другій невдачі - припинити. Переходити до фігури «С», якщо завдання «В» виконано на 1 або 2 бали.

Оцінки: за виконання з першої спроби - 2 бали, з другої - 1 бал.

Фігура «С»

1. Покласти перед випробуваним картку «С», сказавши: «Зараз я зробив так само, як на цій картинці. Дивись... »Скласти з чотирьох кубиків фігуру «С».

1. Зруйнувати фігуру з кубиків. При невдачі продемонструвати правильне виконання, і, зруйнувавши, знову запропонувати зібрати по картинці. При другій невдачі - припинити. Переходити до фігури №1, якщо завдання «С» виконано на 1 або 2 бали.

Оцінки: за виконання з першої спроби - 2 бали, з другої - 1 бал.

Запропонувати завдання №1. Припинити при 2-х невдачах поспіль (починаючи з завдання №1).

Для дітей 8 років і старше, які не підозрюваних в розумовому зниженні:

Пояснити і показати забарвлення кубиків.

Починати з фігури «С» (див. Вище).

При виконанні завдання «С» з 1-й або 2-ї спроби:

1. дати аванс за «А» і «В» (4 бали);
2. перейти до завдання № 1.

При невиконанні завдання «С» з другої спроби - повернутися до «А» і «В» і припинити.

Припинити при двох невдачах поспіль.

Оцінки за завдання №№ 1-7 залежать від часу виконання.

Завдання	Бали				
	7	6	5	4	2-1-0
А.					45
В.					45
С.					45
1.	1-10	11-15	16-20	21-75	
2.	1-10	11-15	16-20	21-75	
3.	1-15	16-20	21-25	26-75	
4.	1-10	11-15	16-20	21-75	
5.	1-35	36-45	46-65	66-150	
6.	1-55	56-65	66-80	81-150	
7.	1-55	56-65	66-90	91-150	

Розгортка кубика Коса (Рис. 3.6.11)

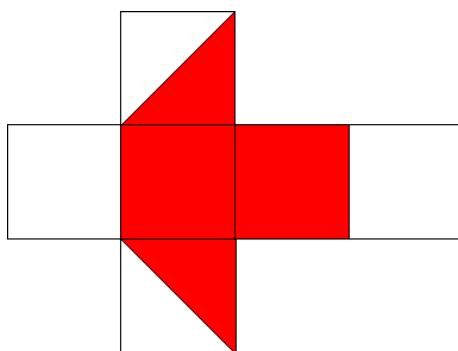


Рис. 3.6.11

Зробити кубики дуже просто. Зараз дуже багато продається різних. Багато дерев'яних. Пофарбуйте їх як на цій розгортці за запропонованими заготовками. Потрібно 9 абсолютно однакових кубиків

Завдання Рис (3.6.12):

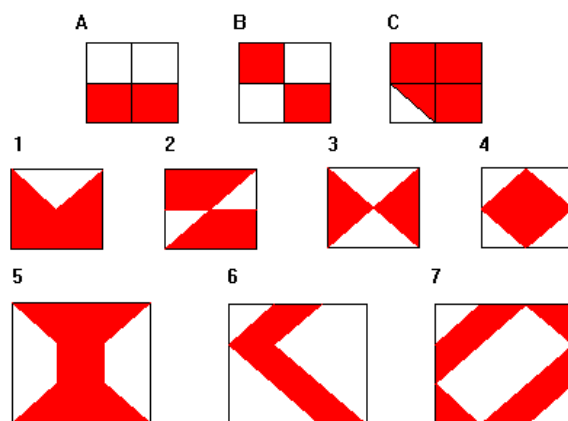


Рис. 3.6.12

Фіксація часу, характеру малюнка проводиться експериментатором.

Феномени:

- труднощі виконання 2 завдання або ще гірше - неможливість виконання після експериментатора - явна патологія зорово-моторної координації;
- феномен «першого кубика» - цікаво простежити, як починає роботу випробуваний, з якого кута малюнка (зверху чи знизу), як довго він вивчає кубик, тримаючи його в руках, чи бере другий кубик для вивчення
- всі ці моменти в якійсь мірі відображають особистість випробуваного - замішування, неуважність при прослуховуванні інструкції, нестандартність роботи для дорослого;
- руху - слід точно фіксувати кількість рухів, що здійснюються випробуваним при роботі з одним завданням. Чим менше кількість рухів і чим ближче воно до кількості стиків між кубиками, тим ефективніше моторно-зорова координація випробуваного, його конструктивні здібності;
- критичні завдання - це завдання, при яких випробуваний зазнає найбільших труднощів, оскільки йому доводиться переходити від легких форм імітації більш складним, де необхідно підвищити рівень абстрагування;

- інверсія малюнка - випробуваний робить подвійний поворот малюнка в цілому на 90 градусів; зустрічається частіше при психоорганіке;
- ротація - поворот малюнка на 90 градусів;
- конфуз - зміна структури малюнка і некритичне ставлення до своєї роботи - при явно вираженій психоорганіке;
- ігнорування - цей феномен включає в себе наступні моменти: а) ігнорування кольору - замість червоного кольору роблять білий і навпаки; б) форми - замість квадрата починають кубики розкладати в смужку.

Субтест в цілому досліджує конструктивне мислення, вимагає хорошого просторового аналізу і синтезу.

Діагностика рівня розвитку дивергентного мислення

Проводиться в групі, обмежена за часом: 20 хвилин для старших класів (4-11 класи), 25 хвилин для молодших класів (1-3) і дітей дитячого садка. У молодших класах діти можуть усно називати підписи до малюнків, а вчителі або асистенти можуть записувати їх.

Інструкція. Перед початком тестування потрібно прочитати інструкцію до тесту дивергентного мислення.

Це завдання допоможе дізнатися, наскільки ви здатні до творчого самовираження за допомогою малюнків. Пропонується 12 малюнків (Рис. 3.6.13). Працюйте швидко. Постарайтеся намалювати настільки незвичайну картинку, яку ніхто інший не зможе придумати. Вам буде дано 20 (25) хвилин, щоб намалювати ваші малюнки. Працюйте в квадратах по порядку, не стрибайте безладно з одного квадрата на інший. Створюючи картинку, використовуйте лінію або фігуру всередині кожного квадрата, зробіть її частиною вашої картини. Ви можете малювати в будь-якому місці всередині квадрата в залежності від того, що ви хочете зобразити. Можна використовувати різні кольори, щоб малюнки були цікавими і незвичайними. Після завершення роботи над кожним малюнком подумайте над цікавою

назвою і запишіть назву в рядку під картинкою. Не хвилюйтеся про правильне написання. Створення оригінальної назви більш важливо, ніж почерк і орфографія. Ваше назва повинна розповісти про те, що зображено на картинці, розкрити її зміст.

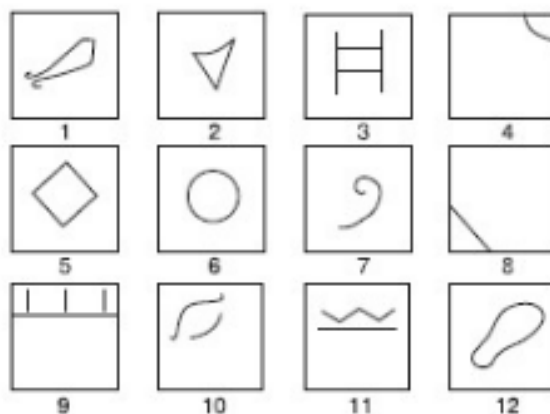


Рис. 3.6.13

Підсумковий підрахунок по тесту дивергентного мислення.

Швидкість. Загальна кількість виконаних малюнків. Можливо максимально 12 балів (1 бал за кожен малюнок).

Гнучкість. Кількість змін категорій, рахуючи від першої картинки. Можливо максимально 11 балів (1 бал за кожен зміну категорії).

Оригінальність. Де виконується малюнок:

- поза стимульної фігури - 1 бал;
- всередині стимульної фігури - 2 бали;
- всередині і зовні стимульної фігури - 3 бали.

Підсумовуються бали по даному фактору за всіма намальованими картинкам. Можна максимально набрати 36 балів.

Розробленість. Де доповнюють деталі створюють асиметрію зображення:

- симетрично всюди - 0 балів;
- асиметрично поза стимульною фігурою - 1 бал;
- асиметрично всередині стимульної фігури - 2 бали;
- асиметрично всередині і зовні - 3 бали.

Підсумовуються бали по даному фактору для всіх намальованих картинок. Можна максимально набрати 36 балів.

Назва. Словниковий запас і образне, творче використання мови:

- назва не дана - 0 балів;
- назва з одного слова - 1 бал;
- назва з декількох слів - 2 бали;
- образна назва, що виражає більше, ніж показано на картинці - 3 бали.

Підсумовуються бали по даному фактору для всіх намальованих картинок. Можна максимально отримати 36 балів.

Тест «Творчі здібності»

Тест спрямований на визначення творчого потенціалу особистості.

Інструкція. Оцініть в балах (від 1 до 10), наскільки типовими для вас є такі характеристики вашої поведінки. Бали виставляються виходячи з наступного:

- 10 балів - ваша відповідність того, що сказано, дуже велика.
- 9-6 балів - відповідність значна.
- 5 балів - в даному сенсі ви десь на середньому рівні.
- 4-2 бали - по цій частині ваш рівень нижче середнього.
- 1 бал - це вам взагалі не властиво.

Текст опитувальника

1. Допитливі ви? Сумніваєтеся ви в очевидному? Чи турбує вас, що, як, чому, чому ні? Чи любите ви збирати відомості?

2. Спостережливі ви? Чи помічаєте ви зміни, що відбуваються навколо вас?

3. Чи сприймаєте ви чужі точки зору? Коли ви з кимось не згодні, чи здатні ви зрозуміти того, з ким не згодні? Чи можете ви поглянути на стару проблему по-новому?

4. Чи готові ви змінити точку зору? Відкрито ви новим ідеям? Якщо хтось робить доповнення до вашої ідеї або вносить до неї зміни, чи готові їх прийняти? Чи шукаєте ви нові ідеї, замість того щоб дотримуватися своїх старих?

5. чи вчитеся ви на своїх помилках? Чи можете ви усвідомити свою невдачу, при цьому не здаючись? Чи розумієте ви, що поки ви не здалися, не все втрачено?

6. Чи користуєтеся ви своєю уявою? Чи говорите ви собі: «А що буде, якщо. ...»?

7. Чи помічаєте ви риси подібності між речами, які, як здається, не мають нічого спільного? (Наприклад, що спільного між рослиною пустелі і наполегливою людиною?) Чи використовуєте ви речі новими способами (на кшталт склянки в якості вази для квітів)?

8. Чи вірите ви в себе? Приступаєте ви до справи з упевненістю, що впораєтеся? Чи вважаєте ви себе здатним знаходити рішення проблем?

9. Чи намагаєтеся ви утримуватися від того, щоб давати оцінки іншим людям, чужим ідеям, новим ситуацій? Чекаєте ви, поки не набереться достатньо відомостей, щоб прийти до певного висновку?

10. Чи схильні ви знаходити в будь-якій справі інтерес? Чи станете ви займатися тим, що з боку виглядає дурним? Чи вірите ви в себе досить для того, щоб бути підприємливим і йти на ризик? Чи пропонуєте ви рішення, які можуть бути відкинуті іншими, або зазвичай ви не підставляти?

Підрахуйте набрану вами суму балів і визначте свій показник творчого потенціалу:

- 80-100 балів - потенціал дуже великий.
- 60-80 балів - ви творча особистість.
- 40-60 балів - ви не гірше більшості.
- 20-40 балів - ви не настільки творча особистість, як більшість.
- 10-20 очок - вам слід відвідувати гуртки з творчою спрямованістю.

Тест «Творчі здібності» (2)

Мета. Оцінка творчої уяви, швидкості протікання розумових процесів і широти словникового запасу.

Інструкція. Після сигналу «Увага!» Я назву і напишу на дошці три слова. Ваше завдання якомога швидше написати найбільшу кількість фраз так, щоб в кожному з них входили всі три слова. Наприклад, даються слова: «дощ», «поле», «земля». Їх можна було б об'єднати в такі фрази: «Дощ по полі добре промочив землю», «Після дощу земля стала мокрою, і я не пішов гуляти в поле», «Дощу не було вже місяць, і земля в полі стала як камінь».

Кожну фразу треба писати з нового рядка. Коли я скажу: «Риска», поставте виразну риску в тому місці, в якому вас застане моя команда. Пишіть швидко, але звичайним почерком, щоб було неважко прочитати. Коли я дам команду «Стоп!», Припиніть писати і переверніть аркуш паперу. «Увага!». .. Називаються слова. Експериментатор засікає час. Через 10 хвилин експериментатор дає команду «Стоп!».

Обробка результатів. Кожна фраза оцінюється за п'ятибальною системою:

- 5 - дотепна оригінальна комбінація.
- 4 - правильне, логічне поєднання слів.
- 3 - мабуть, і так можна.
- 2 - два слова пов'язані, а третє нелогічно.
- 1 - безглузде поєднання слів.

Ці показники можуть бути зведені до одного коефіцієнту творчої уяви, який дорівнює сумі балів, поділеній на число фраз, написаних за 10 хвилин.

Тест «Які ваші творчі здібності?»

Інструкція. Уважно вдивіться в ці фігури (Рис. 3.6.14). Що вони, по-вашому, зображують? Чим ще вони могли б бути? Придумайте якомога більше варіантів. Будьте сміливіше, будьте безумніше! Правильних і неправильних відповідей тут немає. Дайте собі п'ять хвилин. На старт увагу марш!

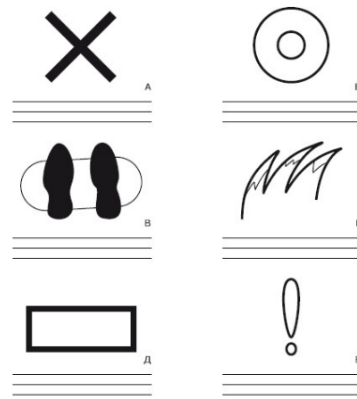


Рис. 3.6.14

Скільки ідей прийшло вам в голову при вигляді кожної з фігур?

А _____ Б _____ В _____ Г _____ Д _____ Є _____

1. Складіть ці цифри, щоб отримати показник швидкості _____

2. Скільки різновидів ідей прийшло вам в голову?

Підказка: розглядайте кожну різновид як категорію. До окремим категоріям можуть ставитися предмети одягу, продукти харчування, тварини, предмети домашньої обстановки. Наприклад, якщо для фігури Б написали, що це «ковбойський капелюх» і «сомбреро», поставте собі 1, тому що і те і інше відносяться до однієї категорії. Якщо ви написали «ковбойський капелюх», «змія» і «подушка», поставте собі 3. Складіть ці оцінки, щоб отримати показник гнучкості _____.

3. Скільки оригінальних ідей прийшло вам в голову? Якщо ви зробили цей тест в групі, порівняйте ваші ідеї і викресліть ті з них, які зустрілися більш ніж у одного з учасників. Якщо ви робили його поодиночі, порівняйте ваші ідеї з іншими. Викресліть зі своїх такі ж або дуже схожі.

А. Двадцять третя буква російського алфавіту, хрест, дві палички.

Б. Горіх в розрізі, рятувальний круг, колесо, кільце.

В. Дві плями, брудні сліди, плями.

Г. Океанські хвилі, язик полум'я.

Д. Прямокутник, ящик, дорожній знак, яма, холодильник.

Е. Знак оклику, біта і м'яч, тубик, з якого видавлюють пасту.

Поставте собі 1 за кожну свою оригінальну ідею:

А _____ Б _____ В _____ Г _____ Д _____ Є _____

Складіть результати, щоб отримати показник оригінальності ____.

4. Наскільки розроблені ідеї, які приходять вам в голову? Поставте собі по 1 за кожне прикметник, прислівник або дієслово, які ви вжили для опису своїх ідей. Наприклад, «сомбреро на столі» не отримує жодного бала. «Сомбреро, що лежить на столі» отримує 1 бал за слово «лежаче». «Солом'яний капелюх, одягнений на голову старого ковбоя, який їде на велосипеді» отримує чотири бали за слова «солом'яний», «одягнений», «старого» і «їде».

А _____ Б _____ В _____ Г _____ Д _____ Є _____

Складіть результати, щоб отримати показник розробленості ____.

Тепер складіть всі суми, щоб отримати узагальнений показник креативності: показник швидкості + показник гнучкості + показник оригінальності + показник розробленості = _____

Якщо ви виконували цей тест в групі, то можете порівняти ваші показники з показниками інших. Якщо ви виконували цей тест поодиночі, визначте ваш творчий потенціал за шкалою від 1 до 10 балів.

Для дослідження умов розвитку творчого мислення на уроках математики та діагностики рівнів розвитку творчого мислення у процесі навчання математики ми рекомендуємо використовувати наступні методики:

Опитувальник креативності Рензуллі

Варіант опитувальника креативності адаптований, складений Джозефом Рензуллі та Робертом Хартманом на основі огляду робіт різних авторів у галузі вивчення творчого мислення та творчих проявів особистості. Опитувальник Рензуллі є експрес-методом - дозволяє швидко й якісно проводити діагностику в умовах обмеженого часу, а також доповнює батареї тестів, що вимагають великих витрат часу й сил.

Загальна характеристика опитувальника

Опитувальник креативності - це об'єктивний список характеристик творчого мислення й поведінки, створений спеціально для ідентифікації проявів креативності, доступних зовнішньому спостереженню. Заповнення форм вимагає 10-20 хвилин, в залежності від кількості випробовуваних та їх досвідченості. Кожен пункт оцінюється на основі спостережень експерта за поведінкою особи, що цікавить нас у різних ситуаціях (класі, на заняттях, на зборах і т.д.). Даний опитувальник дозволяє провести експертну оцінку креативності різними особами: вчителями, психологом, батьками, соціальними працівниками, однокласниками і т.д., а також і самооцінку (учнями 8-11-х класів).

Кожен пункт опитувальника оцінюється за шкалою, яка містить чотири градації: 4 - постійно, 3 - часто, 2 - іноді, 1 - рідко. Загальна оцінка креативності є сумою балів з десяти пунктів (мінімальна можлива оцінка - 10, максимальна - 40 балів).

Творчі характеристики:

1. Надзвичайно допитливий в самих різних областях: постійно задає питання про щось і про все.

2. Висуває велику кількість різних ідей або рішень проблем; часто пропонує незвичайні, нестандартні, оригінальні відповіді.

3. Вільний і незалежний у висловлюванні власної думки, іноді гарячий у суперечках; наполегливий.

4. Здатний ризикувати; заповзятливий і рішучий.

5. Віддає перевагу завданням, які пов'язані з «грою розуму»; фантазує, має уяву («цікаво, що станеться, якщо...»); маніпулює ідеями (змінює, ретельно розробляє їх); любить застосовувати, поліпшувати і змінювати правила й об'єкти.

6. Володіє тонким почуттям гумору, бачить смішне в ситуаціях, які не здаються смішними іншим.

7. Усвідомлює свою імпульсивність і сприймає це в собі, проявляє емоційну чутливість, більш відкритий до сприйняття себе незвичайним (вільний прояв «типово жіночих» інтересів для хлопчиків; дівчатка більш незалежні й наполегливі, аніж їх однолітки).

8. Має відчуття прекрасного; приділяє увагу естетичним характеристикам речей й явищ.

9. Має власну думку і здатний її відстоювати; не боїться бути несхожим на інших; індивідуаліст, не цікавиться дрібницями; спокійно ставиться до творчого безладу.

10. Критикує конструктивно; не схильний покладатися на авторитетні думки без їх критичної оцінки.

Лист відповідей (Шкала креативності)

В таблиці під номерами от 1 до 10 відмічені характеристики творчих проявів (креативності). Будь ласка, оцініть, використовуючи чотирибальну систему, в якій степені кожний учень чи студент має вищеперераховані творчі характеристики.

Можливі бали: 4 — постійно, 3 — часто, 2 — інколи, 1 — рідко.

Таблиця

№ п/п	П.І.Б.	Номера творчих характеристик										Сума балів
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Творчі характеристики

Середні і стандартні відхилення за даними Рензуллі

Обдаровані N = 40 чол.		Нормальні N = 40 чол.	
Середнє відхилення	Стандартне відхилення	Середнє відхилення	Стандартне відхилення
25.1	7.6	17.1	4.7

Рівень креативності

Рівень креативності	Сума балів
Дуже високий	40–34
Високий	33–27
Нормальний, середній	26–21
Низький	20–16
Дуже низький	15–10

Опитувальник особистісної схильності до творчості за Г. Девісом
(відредагований Б. К. Пашнєвим).

Інструкція:

Прочитайте наведені твердження та дайте відповідь на них « так» чи «ні». Номер твердження і варіант запишіть на спеціальному бланку:

1. Думаю, що я акуратна людина, люблю, щоб скрізь був порядок.
2. Я прагну дізнатися більше про все, що відбувається в світі.
3. У дитинстві я любив відвідувати нові місця разом з батьками, а не сам.
4. Я прагну бути кращим у тому, чим захоплююся.
5. Я неохоче ділився своїми іграшками або солодощами з іншими, коли був маленьким.
6. Я буваю незадоволений собою, якщо не можу довести роботу до досконалості.
7. Я прагну зрозуміти, як усе влаштовано в світі.
8. У школі я не користуюся популярністю серед дітей.
9. Мені подобається іноді поводитися по-дитячому.
10. Якщо я вирішив щось зробити, то наполегливо прагну досягти наміченої мети.
11. Я вважаю за краще працювати разом з іншими і не люблю що-небудь робити один.
12. Я сам знаю, що я повинен робити і чим займатися.

13. Коли зі мною не згодні інші, я прагну змінити свою точку зору, навіть якщо упевнений в своїй правоті.
14. Я дуже турбуюся і переживаю, коли роблю щось не так, як слід.
15. Я часто нудьгую, тому що не знаю, чим зайнятися.
16. Я відчуваю, що буду потрібним і відомим, коли виросту.
17. Мені подобається дивитися на красиві речі.
18. Я вважаю за краще грати в знайомі ігри, ніж розучувати нові.
19. Мені подобається експериментувати, досліджувати: що станеться, якщо я зроблю що-небудь.
20. Коли я граю або щось роблю, то прагну якомога менше ризикувати.
21. У житті важливіше мати хорошу пам'ять, ніж розвинену увагу.

Дякуємо за участь в дослідженні !

Ключ: показник особистісної креативності:

«Так» - 2,4,6,7,8,9,10,12,16,17,19.

«Ні» - 1,3,5,11,13,14,15,18,20,21.

За кожен варіант відповіді, який співпав з ключем, нараховується один бал. Потім одержані бали підсумовуються. Далі індивідуальний результат порівнюється з віковими нормами.

Висновки та рекомендації:

Оригінальність:

Вище за норму ____ %, норма ____ %, нижче за норму ____ % учнів.

Max результат серед хлопчиків _____, серед дівчаток _____.

Min результат серед хлопчиків _____, серед дівчаток _____.

Середній бал _____.

Креативність:

Вище за норму ____ %, норма ____ %, нижче за норму ____ % учнів.

Max результат серед хлопчиків _____, серед дівчаток _____.

Min результат серед хлопчиків _____, серед дівчаток _____.

Середній бал _____.

«Група ризику» _____.

Вікові нормативні діапазони схильності для учнів 7-10 класів:

(7-й кл.– 12 років, 8-й кл.—13 років, 9-й кл.– 14 років, 10-й кл.– 15 років).

Стать	Клас	Низький		Середній		Високий	
		0	10	11	15	16	21
Ж	7	0	10	11	15	16	21
	8	0	10	11	15	16	21
	9	0	11	12	16	17	21
	10	0	11	12	16	17	21
Ч	7	0	10	11	14	15	21
	8	0	10	11	15	16	21
	9	0	10	11	16	17	21
	10	0	10	11	16	17	21

Діагностика дитячої креативності (за шкалою Вільямса)

Призначення. Шкала Вільямса - опитувальник для батьків і вчителів про оцінку креативності (творчого начала) дитини - проводиться індивідуально, час не обмежений.

Лунає вчителями в школі або на будинок для батьків учнів. Батьки зазвичай заповнюють шкалу протягом 30 хвилин або швидше. Вчителі можуть заповнити шкалу, де їм зручно. Для отримання більш об'єктивної оцінки доцільно, щоб шкалу заповнювали 2-3 педагога (якщо це можливо). В цьому випадку береться середня оцінка декількох педагогів.

Ця шкала складається з восьми підрозділів - показників, що характеризують поведінку творчих дітей. За кожним показником наводиться шість тверджень, за якими вчитель і батьки повинні оцінити дитини так, щоб найкращим чином охарактеризувати його. Вибираючи між відповідями «часто», «іноді» і «рідко», слід позначити знаком «х» відповідь, найбільш вірно характеризує тип поведінки, яке найбільш часто демонструє дитина. В кінці шкали є чотири питання, на які потрібно відповісти для отримання додаткової інформації про дитину. Після заповнення шкали її необхідно повернути тому, хто запитував цю інформацію, для подальшого підрахунку результатів.

Інструкція. Обведіть одну з букв, зазначених на аркуші відповідей у відповідному розділі праворуч від номера відповідного затвердження, значення якої найкраще описує поведінку дитини. При цьому літери на аркуші відповідей мають таке значення: Ч - часто; І іноді; Р - рідко.

Будь ласка, не пишіть на опитувальнику, відзначаєте свої відповіді лише на виданому аркуші відповідей.

Опитувальник

Розділ 1. Швидкість

1. Дитина дає кілька відповідей, коли йому ставлять запитання.
2. Дитина малює кілька картин, коли просять намалювати одну.
3. У дитини виникає кілька думок (ідей) про щось замість однієї.
4. Дитина задає багато питань.
5. Дитина вживає велику кількість слів, висловлюючи свої думки.
6. Дитина працює швидко і продуктивно.

Розділ 2. Гнучкість

1. Дитина пропонує кілька способів використання предмета, що відрізняються від звичайного.
2. Дитина висловлює багато думок, ідей про картину, оповіданні, поемі або проблеми.
3. Дитина може перенести смислове значення одного об'єкта на інший об'єкт.
4. Дитина легко може поміняти один фокус зору (підхід) на можливий інший.
5. Дитина висуває безліч ідей і досліджує їх.
6. Дитина думає про різні шляхи вирішення проблеми.

Розділ 3. Оригінальність

1. Дитині подобається, щоб предмети в кімнаті були розташовані не в центральній частині, також дитина вважає за краще використовувати асиметричні малюнки і зображення.

2. Дитина не задоволена однією правильною відповіддю і шукає інші можливі відповіді.

3. Дитина думає незвично і оригінально (нестандартно).

4. Дитина отримує задоволення від незвичайних способів виконання чогось, їй не подобаються звичайні способи.

5. Після того як дитина прочитала або почула про проблеми, вона починає придумувати незвичайні розв'язки.

6. Дитина досліджує загальноприйняті методи і придумує нові методи вирішення проблеми.

Розділ 4. Розробленість

1. Дитина додає лінії, різні кольори і деталі в свій малюнок.

2. Дитина розуміє, в чому полягає глибокий, прихований сенс відповідей і вирішення, і пропонує найбільш глибоке значення.

3. Дитина відмовляється від чужої ідеї і змінює її будь-яким чином.

4. Дитина хоче прикрасити і доповнити роботу або ідею інших людей.

5. Дитина проявляє слабкий інтерес до звичайних предметів, він додає деталі, щоб удосконалити їх.

6. Дитина змінює правила гри.

Розділ 5. Допитливість

1. Дитина запитує всіх і про все.

2. Дитині подобається вивчати пристрій механічних речей.

3. Дитина постійно шукає нові шляхи (способи) мислення.

4. Дитина любить вивчати нові речі і ідеї.

5. Дитина шукає різні способи вирішення завдань.

6. Дитина вивчає книги, карти, картини і т. Д., Щоб дізнатися якомога більше.

Розділ 6. Уява

1. Дитина придумує розповіді про місця, які він ніколи не бачив.

2. Дитина уявляє, як інші будуть вирішувати проблему, яку вона буде вирішувати сама.

3. Дитина мріє про різні події і речі.

4. Дитина любить думати про явища, з якими не стикалася.

5. Дитина бачить те, що зображено на картинах і малюнках, незвичайно, не так, як інші.

6. Дитина часто дивується з приводу різних ідей і подій.

Розділ 7. Складність

1. Дитина проявляє інтерес до складних речей і ідей.

2. Дитина любить ставити перед собою складні завдання.

3. Дитина любить вивчати щось без сторонньої допомоги.

4. Дитині подобаються складні завдання.

5. Дитина проявляє наполегливість, щоб досягти своєї мети.

6. Дитина пропонує надто складні шляхи вирішення проблеми, ніж це здається необхідним.

Розділ 8. Схильність до ризику

1. Дитина буде відстоювати свої ідеї, не звертаючи уваги на реакцію інших.

2. Дитина ставить перед собою дуже високі цілі і намагається їх здійснити.

3. Дитина допускає для себе можливість помилок і провалів.

4. Дитина любить вивчати нові речі або ідеї і не піддається чужому впливу.

5. Дитина не надто переймається, коли однокласники, вчителі або батьки висловлюють йому несхвалення.

6. Дитина воліє мати шанс ризикнути, щоб дізнатися, що з цього вийде.

Наступні чотири питання дадуть вам можливість висловити свою думку про дитину і про програму в школі для творчих дітей. Відповідайте коротко, але чітко.

1. Ви вважаєте, що дитина обдарована або може їм стати?

Та ні

Пояснив, чому: _____

2. Вам здається, що дитина творчий або він може стати творчим? Так ні

Якщо «Так» - повідомте коротко, в чому проявляється його творчість, якщо «Ні» - чому? _____

3. Що ви очікуєте від шкільної програми для творчих дітей? _____

4. Які зміни ви хотіли б побачити у дитини в результаті участі в програмі для творчих дітей? _____

Обробка даних

Підрахунок оцінки складається з наступних процедур:

1. Підрахуйте кількість відповідей, зазначених у колонці «часто», і помножьте це число на два. Це відповіді з подвійним вагою, які отримують по два бали кожен.

2. Підрахуйте кількість відповідей, зазначених у колонці «іноді». Ці відповіді отримують по одному балу кожен.

3. Підрахуйте кількість відповідей в колонці «рідко». Ці відповіді отримують нуль балів кожен.

4. Чотири відкритих питання в кінці шкали отримують по одному балу кожен, якщо відповідь «так» супроводжується аргументами або коментарями.

Це кількісний підрахунок наявних даних. Оцінка приміток і коментарів може допомогти тим, хто складає програми для творчо обдарованих учнів, за допомогою ранжирування частотизустрічальності однакових або схожих коментарів. Наприклад, якщо найбільшу кількість експертів дають такий коментар: «Дитина творчо обдарована тому, що він артистичний», то ця риса (артистичний талант) матиме вищий ранг для даної групи дітей.

Подібні ранги по ряду творчих проявів особистості будуть характеризувати наявність і якісну особливість творчих рис різних дітей.

Число відповідей в колонці «часто» $\times 2 =$

Число відповідей в колонці «іноді» $\times 1 =$

Число відповідей в колонці «рідко» $\times 0 =$

Число відповідей в «відкритих» питаннях, з відповіддю «так» і коментарями $x_1 =$ Число відповідей в «відкритих» питаннях, з відповіддю «ні» $x_0 =$ Сумарний бал дорівнює сумі балів у вищих рядках.

Сумарні бали учнів можна проранжувати від більшого до меншого, починаючи з найвищого балу 100, так як 100 балів - це максимально можливий сумарний бал.

	Середнє, М	Стандартне відхилення
Тест дивергентного мислення		
Загальний	84,4	12,7
Швидкість	9,4	1,3
Гнучкість	6,7	2,0
Оригінальність	23,4	6,8
Розробленість	15,7	9,4
Назва	24,2	5,2
Опитувальник творчих характеристик особистості		
Загальний	62,1	18,0
Допитливість	16,4	4,3
Уява	16,0	4,7
Схильність долати труднощі	14,8	5,1
Схильність до ризику	15,3	5,2
Шкала Вільямса		
Загальний бал	47,9	21,5

Експертна оцінка загальної дитячої обдарованості (Д. Хаан і М. Кафф в модифікації Савенкова А.І.)

Призначення. Методика адресована батькам і педагогам. Її завдання - оцінка загальної обдарованості дитини батьками або вчителями.

Методика повинна розглядатися як додаткова до комплексу методик для фахівців (психологів і педагогів).

Віковий діапазон, в якому вона може застосовуватися, від 5 до 10 років. Методика розрахована на виконання двох основних функцій.

Перша і основна функція - діагностична.

За допомогою даної методики ви можете кількісно оцінити ступінь вираженості у дитини різних видів обдарованості і визначити, який вид обдарованості у нього переважає в даний час. Зіставлення всіх десяти отриманих оцінок дозволить вам побачити індивідуальний, властивий тільки вашій дитині, «портрет розвитку його дарувань».

Друга функція - розвиваюча.

Твердження, за якими вам доведеться оцінювати дитину, можна розглядати як програму його подальшого розвитку. Ви зможете звернути увагу на те, чого, можливо, раніше не помічали, підсилити увагу до тих сторін, які вам представляються найбільш цінними.

Інструкція. Вам пропонується оцінити рівень сформованості дев'яти характеристик, зазвичай оцінюються у обдарованих дітей.

Уважно вивчіть їх і дайте оцінку вашій дитині по кожному параметру, користуючись наступною шкалою:

- 5 балів - оцінювана властивість добре розвинена, чітко виражена, виявляється часто в поведінці і в різних видах діяльності;
- 4 бали - властивість помітно виражена, але виявляється мінливо, при цьому протилежна йому властивість проявляється дуже рідко;
- 3 бали - оцінювана і протилежна властивості виражені нечітко, в проявах рідкі, в поведінці і діяльності врівноважують один одного;
- 2 бали - більш яскраво виражена і частіше виявляється властивість, протилежна оцінюваного;
- 1 бал - чітко виражено і часто виявляється властивість, протилежна оцінюваного, вона фіксується в поведінці і у всіх видах діяльності;
- 0 балів - відомостей для оцінки даної якості немає (не маю).

Лист відповідей

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

1. Схильний до логічних міркувань, здатний оперувати абстрактними поняттями.
2. Нестандартно мислить і часто пропонує несподівані, оригінальні рішення.
3. Вчиться новим знанням дуже швидко, все «схоплює на льоту».
4. У малюнках немає одноманітності. Оригінальний у виборі сюжетів, зазвичай зображує багато різних предметів, людей, ситуацій.
5. Виявляє велику цікавість до музичних занять.
6. Любить складати (писати) розповіді або вірші.
7. Легко входить в роль будь-якого персонажа: людини, тварини та ін.
8. Цікавиться механізмами і машинами.
9. Ініціативний в спілкуванні з однолітками.
10. Енергійний, справляє враження дитини, якій необхідно багато рухатися.
11. Виявляє велику цікавість і виняткові здібності до систематизації.
12. Не боїться нових спроб, прагне завжди перевірити нову ідею.
13. Швидко запам'ятовує почуте і прочитане без спеціального заучування, не витрачає багато часу на те, що потрібно запам'ятати.
14. Стає вдумливим і дуже серйозним, коли бачить вражаючу картину, чує музику, бачить незвичайну скульптуру, красиву (художньо виконану) річ.
15. Чуйно реагує на характер і настрій музики.
16. Може легко побудувати розповідь, починаючи від зав'язки сюжету і кінчаючи дозволом будь-якого конфлікту.
17. Цікавиться акторською грою.
18. Може лагодити зіпсовані прилади, використовувати старі деталі для створення нових виробів, іграшок, приладів.
19. Зберігає упевненість в оточенні незнайомих людей.

20. Любить брати участь в спортивних іграх і змаганнях.
21. Вміє добре викладати свої думки, має великий словниковий запас.
22. Винахідливий у виборі і використанні різних предметів (наприклад, використовує в іграх не тільки іграшки, але і меблі, предмети побуту та інші засоби).
23. Знає багато про такі події і проблеми, про які його однолітки зазвичай не знають.
24. Чи здатний складати оригінальні композиції з квітів, малюнків, каменів, марок, листівок і т. Д.
25. Добре співає.
26. Розповідаючи про щось, дотримується обраного сюжету, не втрачає основну думку.
27. Змінює тональність і вираження голосу, коли зображує іншу людину.
28. Любить розбиратися в причинах несправності механізмів, любить загадкові поломки і питання на «пошук».
29. Легко спілкується з дітьми і дорослими.
30. Часто виграє у однолітків в різних спортивних іграх.
31. Добре вловлює зв'язок між однією подією та іншою, між причиною і наслідком.
32. Чи здатний захопитися, піти з головою в цікавить його.
33. Випереджає своїх однолітків у навчанні на рік чи на два, т. Е. Реально повинен би вчитися в більш старшому класі, ніж вчиться зараз.
34. Любить використовувати який-небудь новий матеріал для виготовлення іграшок, колажів, малюнків, в будівництві дитячих будиночків на ігровому майданчику.
35. У гру на інструменті, в пісню або танець вкладає багато енергії і почуттів.
36. Дотримується лише необхідних деталей в розповідях про події, все неістотне відкидає, залишає головне, найбільш характерне.

37. Розігруючи драматичну сцену, здатний зрозуміти і зобразити конфлікт.
38. Любить малювати креслення і схеми механізмів.
39. Вловлює причини вчинків інших людей, мотиви їх поведінки. Добре розуміє недомовлене.
40. Бігає швидше за всіх в дитячому саду, в класі.
41. Любить вирішувати складні завдання, що вимагають розумового зусилля.
42. Чи здатний по-різному підійти до однієї і тієї ж проблеми.
43. Виявляє яскраво виражену, різнобічну допитливість.
44. Охоче малює, ліпить, створює композиції, що мають художнє призначення (прикраси для будинку, одягу і т. Д.), У вільний час без спонуки дорослих.
45. Любить музичні записи. Прагне піти на концерт або туди, де можна слухати музику.
46. Вибирає в своїх розповідях такі слова, які добре передають емоційні стани героїв, їх переживання і почуття.
47. Схильний передавати почуття через міміку, жести, рухи.
48. Читає (любить, коли йому читають) журнали і статті про створення нових приладів, машин, механізмів.
49. Часто керує іграми і заняттями інших дітей.
50. Рухається легко, граціозно. Має хорошу координацію рухів.
51. Спостерігачі, любить аналізувати події і явища.
52. Чи здатний не тільки пропонувати, але і розробляти власні і чужі ідеї.
53. Читає книги, статті, науково-популярні видання з випередженням своїх однолітків на рік або два.
54. Звертається до малюнка або ліплення для того, щоб висловити свої почуття і настрої.
55. Добре грає на якомусь інструменті.

56. Вміє передавати в розповідях такі деталі, які важливі для розуміння події (що зазвичай не вміють робити його однолітки), і в той же час не упускає основної лінії подію, про які розповідає.

57. Прагне викликати емоційні реакції у інших людей, коли про щось із захопленням розповідає.

58. Любить обговорювати наукові події, винаходи, часто замислюється про це.

59. Схильний приймати на себе відповідальність, що виходить за рамки, характерні для його віку.

60. Любить ходити в походи, грати на відкритих спортивних майданчиках.

61. Чи здатний довго утримувати в пам'яті символи, букви, слова.

62. Любить пробувати нові способи вирішення життєвих завдань, не любить вже випробуваних варіантів.

63. Вміє робити висновки і узагальнення.

64. Любить створювати об'ємні зображення, працювати з глиною, пластиліном, папером і клеєм.

65. У співі і музиці прагне виразити свої почуття і настрої.

66. Схильний фантазувати, намагається додати щось нове і незвичайне, коли розповідає про щось вже знайоме і відоме всім.

67. З великою легкістю драматизує, передає почуття й емоційні переживання.

68. Проводить багато часу над конструюванням і втіленням власних «проектів» (моделі літальних апаратів, автомобілів, кораблів).

69. Інші діти вважають за краще вибрати його як партнера в іграх і заняттях.

70. Вважає за краще проводити вільний час в рухливих іграх.

71. Має широке коло інтересів, ставить багато питань про походження і функції предметів.

72. Продуктивний, чим би не займався (малювання, твір історій, конструювання і т. Д.), Здатний запропонувати велику кількість найрізноманітніших ідей і рішень.

73. У вільний час любить читати науково-популярні видання, дитячі енциклопедії і довідники) більше, ніж художні книги (казки, детективи і ін.).

74. Може висловити свою власну оцінку творам мистецтва, намагається відтворити те, що йому сподобалося, в своєму малюнку, іграшці, скульптурі.

75. Складає власні оригінальні мелодії.

76. Вміє в оповіданні зобразити своїх героїв дуже живими, передає їх характер, почуття, настрої.

77. Любить ігри-драматизації.

78. Швидко і легко освоює комп'ютер.

79. Має даром переконання, здатний вселяти свої ідеї іншим.

80. Фізично витриваліший однолітків.

Обробка результатів.

Порахуйте кількість плюсів і мінусів по вертикалі (плюс і мінус взаємно скорочуються). Результати підрахунків напишіть внизу, під стовпцем. Отримані суми балів характеризують вашу оцінку розвитку у дитини наступних видів обдарованості:

- 1) інтелектуальної;
- 2) творчої;
- 3) академічної (наукової);
- 4) художньо-образотворчої;
- 5) музичної;
- 6) літературної;
- 7) артистичної;
- 8) технічної;
- 9) лідерської;
- 10) спортивної.

Методика «Творча уява»

Мета: визначити рівень уяви, ступінь її гнучкості чи ригідності. Необхідний матеріал: три аркуші паперу розміром $\frac{1}{2}$ стандартного аркуша. В середині першого аркуша зображений контур круга діаметром 2,5 або 3 см. На другому – контур трикутника рівностороннього, довжина сторони – 2,5 см. На третьому аркуші – контур квадрата з довжиною сторони 2,5 см.

Хід проведення: дослідження проводиться в три етапи. На першому етапі досліджуванам дають наступну інструкцію: «Використовуючи контур геометричної фігури, намалюйте малюнок. Якість і зміст малюнка значення не має. По сигналу «Стій!» малювання закінчується». Експериментатор пропонує розпочати малювання та через 60 секунд говорить «Стоп!». Інструктаж проводиться три рази разом з повторенням послідовно кожного з трьох аркушів з контурами геометричних фігур. Спочатку – аркуш з контуром круга, потім – трикутника, на кінець – квадрата.

Обробка результатів:

1) Рівні розвитку уяви:

I рівень – контур використовується як основна деталь малюнка, малюнок при цьому простий, без доповнень та представляє собою одну фігуру;

II рівень – контур використовується як основна деталь, але поруч можуть бути намальовані частини іншої фігурки;

III рівень - контур використовується як основна деталь, але сам малюнок це вже деякий сюжет, можуть бути доповнені деталі;

IV рівень – контур геометричної фігури продовжує бути основною деталлю, але малюнок являє собою складний сюжет з доповненням деталей;

V рівень – малюнок є складний сюжет, у якому контур геометричної фігури використаний як одна із деталей.

2) *Ступінь гнучкості уяви* – кількість малюнків на один і той же сюжет:

- Висока – уява гнучка, якщо всі малюнки на різні сюжети, причому малюнок захвачує як внутрішню так і зовнішню частини контуру;
- Середня – уява зі слабкою фіксованістю образу, якщо два малюнки на один і той же сюжет;
- Низька – уява з сильною фіксованістю образів, якщо всі малюнки на один і той же сюжет;

Ригідність уяви - можна визначити по малюнках, які не виходять за контури геометричних фігур. У цьому випадку фіксація образу проходить відносно внутрішнього простору контуру.

3) *Ступінь стереотипності або оригінальності уяви* – зміст малюнків. Типові малюнки:

- Контури круга – квітка, сонце, обличчя людини, заєць, циферблат, колесо; Контур трикутника – дім, дах, дорожній знак, людина з трикутною головою або з трикутним тулубом, піраміда, призма;
- Контур квадрата – людина (голова чи тулуб), робот, дім, вікно, геометрична фігура, телевізор, книга, куб.
- Високий ступінь стереотипності – всі малюнки на типовий сюжет; Середній ступінь стереотипності – два малюнки на типовий сюжет; Низький ступінь стереотипності – якщо один малюнок на типовий сюжет, а інші на нетипові сюжети;

Творча уява – всі малюнки індивідуальні та нетипові.

Методика Вартега «Кола»

Мета роботи: вивчення індивідуальних особливостей невербальних компонентів творчої уяви.

Експериментальний матеріал: бланк з 20 колами (діаметр кожного - 3 см); секундомір.

Опис методики: пропонується бланк з колами, завдання - намалювати як можна більше предметів або явищ, використовуючи кола як основу.

Інструкція: На бланку намальовано 20 кіл. Ваше завдання полягає в тому, щоб намалювати якомога більше предметів або явищ, використовуючи кола як основу. Малювати можна як зовні, так і всередині кола, використовувати одне, два і більше кіл для одного малюнка. Під кожним колом підпишіть, що намальовано. Малюйте зліва направо. На виконання завдання дається 5 хвилин. Не забувайте, що результати Вашої роботи будуть оцінюватися за ступенем оригінальності малюнків".

Обробка результатів.

Для обробки результатів тесту використовуються три показники: швидкість, гнучкість і оригінальність творчої уяви.

Для визначення швидкості підраховується загальна кількість малюнків.

Для визначення гнучкості малюнки групуються наступним чином:

а) малюнки, що зображають природу, ті предмети, речі, явища, які існують без втручання людини («Природа»);

б) предмети, які людина виготовляє і використовує в господарстві, тобто предмети побуту, домогосподарства («Побут»);

в) предмети, що використовуються в науково-технічній діяльності («Наука і техніка»);

г) предмети, що використовуються у спортивних заняттях («Спорт»);

д) предмети, які не мають практичної цінності, використовуються як прикраси (сюди ж відносяться малюнки, які неможливо ідентифікувати).

Усі малюнки розподіляються за групами, підраховується кількість переходів між групами. Це і є показником гнучкості образного мислення та уяви. Аналіз малюнків з тематики дає уявлення про насиченість пам'яті образами та поняттями з тих чи інших областей, а також про ступінь легкості актуалізації різних образів.

Оригінальними можна вважати лише ті малюнки, які зустрічаються в групі 1 - 2 рази. Оригінальні малюнки можна розділити на 3 групи:

а) втілюють образи, які рідко зустрічаються та нечасто згадуються, предметів і явищ (морської їжак, виверження вулкана, щит римського воїна, сліди снігової людини);

б) неіснуючі предмети і явища (житловий будинок на іншій планеті);

в) не актуальні поняття, образи, зорові уявлення (ядра атомів, мікроб під мікроскопом).

Якісний аналіз дозволяє диференціювати всі оригінальні малюнки на декілька груп:

1) за мірою самостійності:

- репродуктивні, які передають існуючі, відомі образи;
- конструктивні (творчі), які передають незвичні або неіснуючі образи;

2) за ступенем узагальненості:

- конкретні малюнки, що зображають предмети;
- узагальнюючий ряд зорових уявлень і образів, які є символом якого-небудь абстрактного поняття (граніт науки, колесо історії, злість, смерть, сум);

3) за мірою емоційності:

- нейтральні (фонтан, Ейфелева вежа);
- емоційно зафарбовані, гумористичні ("Я дарую вам сонце", "Автобус у годину «пік»).

Інтерпретація результатів.

Конкретні малюнки говорять, певною мірою, про багатство образів пам'яті, рівень сформованості вміння швидко актуалізувати у короткочасній пам'яті образи предметів та явищ, які нечасто зустрічаються.

Узагальнюючі малюнки є результатом оперування більш складними образами, які синтезують дані чуттєвого та абстрактного відображення дійсності.

Конструктивні (творчі) малюнки є результатом роботи фантазії, уяви. Саме ці малюнки можна вважати проявом оригінальності як якості мислення, творчої активності у процесі виконання завдання.

Висновок: на основі якісної інтерпретації малюнків можна зробити висновок про рівень розвитку та характер творчої уяви.

Опитувальник креативності Д. Джонсона

Для психодіагностики креативності був адаптований опитувальник креативності Джонсона.

Опитувальник креативності заснований на двох підходах до даної проблеми. За Торрансом, творчі здібності проявляються у вигляді дефіциту знань; у процесі включення інформації в нові структури й зв'язки; у процесі ідентифікації відсутньої інформації; у процесі пошуку нових рішень і їхньої перевірки; у процесі повідомлення результатів.

За Джонсоном (1973), творчі здібності проявляються як несподіваний продуктивний акт, зроблений виконавцем спонтанно в певній обстановці соціальної взаємодії. При цьому виконавець опирається на власні знання й можливості.

Опитувальник креативності фокусує увагу на тих елементах, які пов'язані із творчим самовираженням. Опитувальник креативності — це об'єктивний, що складається з восьми пунктів, контрольний список характеристик творчого мислення й поведінки, розроблений спеціально для ідентифікації проявів творчих здібностей, які доступні зовнішньому спостереженню.

Під час роботи з опитувальником креативності можна швидко самостійно зробити підрахунки. Заповнення опитувальника триває 10–20 хвилин. Для оцінки творчих здібностей за даним опитувальником експерт спостерігає за соціальними взаємодіями особи, яка цікавить, у тому чи іншому навколишньому середовищі (у класі, під час якоїсь діяльності, на заняттях, на зборах і т.д.).

Даний опитувальник дозволяє також провести самооцінку креативності (учнями старшого шкільного віку). Кожне твердження опитувальника оцінюється по шкалі, що містить п'ять градацій (див. «Можливі оцінні бали»).

Загальна оцінка творчих здібностей є сумою балів за вісім пунктів (мінімальна оцінка — 8, максимальна оцінка — 40 балів).

У таблиці представлена відповідність суми балів рівням творчих здібностей:

Рівень творчих здібностей	Сума балів
Дуже високий	40–34
Високий	33–27
Нормальний, середній	26–20
Низький	19–15
Дуже низький	14–8

Текст опитувальника

Контрольний список характеристик творчих здібностей:

Творча особистість здатна:

1. Відчувати тонкі, невизначені, складні особливості навколишнього світу (чутливість до проблеми, перевага складностей).
2. Висувати й виражати велику кількість різних ідей у певних умовах (швидкість).
3. Пропонувати різні види, типи, категорії ідей (гнучкість).
4. Пропонувати додаткові деталі, ідеї, версії або рішення (спритність, винахідливість).
5. Проявляти уяву, почуття гумору й розвивати гіпотетичні можливості (уява, здатність до структурування).
6. Демонструвати поведження, яке є несподіваним, оригінальним, але корисним для рішення проблеми (оригінальність, винахідливість і продуктивність).
7. Утримуватися від прийняття першої ліпшої думки, типової, загальноприйнятої позиції, висувати різні ідеї й вибирати кращу (незалежність, нестандартність).
8. Проявляти впевненість у своєму рішенні, незважаючи на труднощі, які

виникли, брати на себе відповідальність за нестандартну позицію, думку, що сприяє рішенню проблеми (упевнений стиль поведінки з опорою на себе, самодостатність).

Бланк відповідей

Дата _____ Школа _____ Клас _____ Вік _____

Респондент (П.І.П) _____.

У бланку відповідей номерами від 1 до 8 зазначені характеристики творчого прояву (креативності). Їхній перелік див. у тексті опитувальника.

Будь –ласка оцініть, використовуючи п'ятибальну шкалу, у якому ступені в кожного учня проявляються вище зазначені характеристики.

Можливі бали для оцінювання: 1 - ніколи, 2 - рідко, 3 - іноді, 4 - часто, 5 - постійно.

Методика визначення рівня сформованості загальних творчих здібностей особистості.

Мета: оцінити рівень сформованості загальних творчих здібностей.

Необхідний матеріал: набір тверджень

1. Як правило, я легко підлаштовуюсь до людей, ідей, умов.
2. Мені подобається розв'язувати типові стандартні задачі.
3. Мені здається, я охоче б створив і сконструював нове, а не удосконалював старе.
4. В більшості випадків я дію самостійно, без підказок друзів і старших.
5. Ніколи не намагався змінити відношення між собою і моїми друзями.
6. Нерідко я стримуюся від висловлювання ідей, пропозицій, хоча маю їх.
7. Мені часто вдається знайти нестандартні, оригінальні шляхи вирішення завдань.
8. Мені подобається, коли відбувається швидка зміна різних видів діяльності.

9. Для мене характерно прагнення реалізувати кілька ідей одночасно, вирішити кілька проблем.

10. Нерідко я один вступаю в суперечку з однолітками або старшими.

11. Як правило, я легко погоджуюся і підкоряюся колективну думку.

12. У мене часто виникають оригінальні ідеї.

13. Мені подобається працювати з розробленим планом, схемою, інструкції.

14. Я завжди охоче поширюю і пропагую нові ідеї.

15. Мені подобається робити роботу за новим, хоч це пов'язано з ризиком бути незрозумілим товаришами, старшими.

16. Я частіше працюю без істотних змін, відхилень від тих рекомендацій, які дають мені батьки.

17. Мені зрідка доводилося виправдовувати свої дії інструкціями, рекомендаціями, авторитетами.

18. Мені подобається робити завдання дослідницького характеру.

19. Я завжди до кінця відстоюю свою точку зору.

Хід виконання: обстежуваним пропонується інструкція: «Внимательно прочитайте ниже приведенные пункты анкеты и напротив каждого поставьте «ДА», если утверждение совпадает с вашим мнением и «НЕТ», если не совпадает.»

Обробка результатів відповіді «ТАК» №1, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 18, 19 «НІ» №2, 5, 6, 11, 13, 16, 17, за кожне співпадання нараховується 2 бала. Результати сумуються. I – 28-38 б. – дуже високий рівень сформованості загальних творчих здібностей. II – 24-30 б. – високий. III – 11-23 б – середній.

IV – 4-10 б. – низький. V. – 0-3 б. – дуже низький рівень сформованості загальних творчих здібностей.

РОЗДІЛ 4. ПРЕЗЕНТАЦІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗА ТЕМАТИКОЮ ТВОРЧОСТІ

4.1. Анотації книг

Акімова О. В. Теоретико-методичні засади формування творчого мислення майбутнього вчителя в умовах університетської освіти: монографія / О. В. Акімова. - Вінниця: Вид. Балюк І.Б., 2007. - 351 с.

Висвітлено психолого-педагогічну концепцію розвитку творчого мислення студентів педагогічних ВНЗ. Розкрито методологічні, психологічні та дидактичні основи дослідження та розвитку творчого мислення. Обґрунтовано рефлексивно-продуктивний підхід до опосередкованого керування даним процесом. Визначено психолого-педагогічні умови й основні шляхи розвитку творчого мислення студентів у системі професійно-педагогічної підготовки.

Андреев В. И. Основы педагогики творчества / В. И. Андреев. –3-е изд. - Казань: Центр инновационных технологий, 2012. - 608 с.

Навчальний курс адресований студентам університетів і педагогічних закладів вищої освіти для їх творчого саморозвитку у процесі вивчення курсу педагогіки та підготовки їх як вчителів-дослідників, а також вчителям середніх шкіл, ліцеїв, гімназій, включеним в інноваційні процеси, всім тим, хто проявляє інтерес до проблем творчого саморозвитку.

Андреев В. И. Педагогическая эвристика для творческого саморазвития многомерного мышления и мудрости: монография / В.И. Андреев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2015. – 288 с.

У монографії обґрунтована акмеоквалітативна концепція і технологія евристичного навчання творчого саморозвитку багатовимірного мислення, багатовимірного інтелекту і мудрості. Педагогічна евристика для творчого

саморозвитку багатовимірного мислення і мудрості заснована на інтеграції сучасних інноваційно-прогностичних ідей в області філософії, акмеології і педагогіки. Розкрито основні питання: теоретико-методологічні основи «Педагогічної евристики для творчого саморозвитку», багатовимірна особистість, що здатна до творчого саморозвитку, як пріоритетна і системоутворююча мета освіти XXI століття, евристика для творчого саморозвитку багатовимірного мислення та евристика для творчого саморозвитку багатовимірного інтелекту і мудрості. Монографія адресована педагогам середньої і вищої школи. Вона може бути використана при навчанні студентів в педагогічних вузах і університетах, при підготовці студентів в магістратурі і аспірантурі з педагогічних спеціальностей.

Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей / Д. Б. Богоявленская. – Учеб. Пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 320 с.

У навчальному посібнику викладено основні концепції і поняття, пов'язані з темами здібностей, мислення, творчості і психодіагностики; чітко виділені основні тенденції в розумінні творчих здібностей, логіки їх становлення і заміни альтернативними. Виділена одиниця аналізу творчості і валідний метод ідентифікації творчих здібностей, розкрита їх структура. Висвітлені основні традиції у дослідженні творчих здібностей. Увагу приділено дослідженню творчих здібностей в процесуально-діяльнісній парадигмі. Книга може бути цікава також фахівцям в області психології творчості та широкого кола психологів, філософів і педагогів.

Гашаров Н. Г. Дивергентные задачи в начальном курсе математики / Н. Г. Гашаров, Б. С. Касумова. - Махачкала: Даггоспедуниверситет, 2010. - 156 с.

Робота присвячена проблемі розвитку дивергентного мислення молодших школярів в процесі навчання математики. На початку роботи обґрунтовується

актуальність цієї проблеми в зв'язку з модернізацією російської системи початкової освіти відповідно до Міжнародної програми ЮНЕСКО «Освіта для всіх». У першому розділі роботи дається теоретичний аналіз таких понять як мислення, креативність, дивергентне і конвергентне мислення і дивергентная і конвергентная завдання. Обговорюється взаємозв'язок цих понять з точки зору проблеми розвитку креативності мислення молодших школярів в процесі навчання математики. Другий розділ присвячено викладу методики розвитку дивергентного мислення молодших школярів в процесі навчання математики. Тут сформульовані дидактичні умови, необхідні для вирішення поставленого нами проблеми, і виявлені 15 типів дивергентних завдань з методикою навчання їх вирішення молодших школярів, які показали свою ефективність на практиці. Всі висновки і методичні рекомендації спираються на результати педагогічного експерименту. Робота адресована головним чином вчителям початкових класів, викладачам і студентам педагогічних закладів вищої освіти і коледжів.

Волобуєва Т. Б. Развитие творческой компетентности школьников / Т. Б. Волобуева. – Х.: Основа, 2005. – 109 с.

Методична збірка «Розвиток творчої компетентності школярів» розглядає актуальні питання організації пошуку, підтримки та розвитку творчих здібностей учнів, формування творчої компетентності. У збірці наведено аспекти, критерії, показники творчості, шляхи розвитку творчих здібностей, методичні рекомендації вчителям, керівникам закладів та методичних центрів. Матеріали подаються у схемах та таблицях для зручного опрацювання.

Дерипаско Г. Развитие творческого мышления / Галина Дерипаско. - Видво: Торсинг плюс, Серия книг: Дошкільнятко. – 2016. – 16 с.

«Дошкільнятко» - це серія розвивальних книжок для дітей молодшого і старшого дошкільного віку. Книжка-тринажер містить близько 200

різноманітних вправ, що сприяють розвитку творчого мислення дітей. Вони можуть стати підґрунтям для створення власних додаткових творчих завдань. Зразки-малюнки, які ви знайдете на сторінках тренажера, допоможуть малюку краще зрозуміти суть завдання, надихатимуть на власні задуми.

***Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень** / За ред. В.О. Моляко, О.Л. Музики. – Житомир: Вид-во Рута, 2006. – 320 с.*

У книзі розглядаються проблеми розвитку здібностей та обдарованості. Використовуючи власні методики (КАРУС, МВЦС (методика вивчення ціннісної свідомості) та МВДЗ (методика вивчення динаміки здібностей) та ін.), автори розкривають особливості взаємодії вікових, соціально-психологічних і суб'єктноціннісних чинників у розвитку творчо обдарованої особистості. У книзі розкривається наступні питання: творчий потенціал людини як психологічна проблема, цикли творчого процесу, стратегії творчої діяльності, утруднюючі умови (творчість і ресурси суб'єктивної активності людини), розвиток здібностей і розвиток особистості, суб'єктно-ціннісний аналіз розвитку творчої особистості. Основну увагу приділено розкриттю рефлексивних механізмів розвитку здібностей і творчих здібностей на різних вікових етапах та ціннісній підтримці розвитку творчих здібностей та обдарованості. Здійснено біографічний підхід у вивченні здібностей та обдарованості. У колективній монографії представлені системи тренінгів ціннісної підтримки розвитку здібностей та результати біографічних досліджень життєвого шляху обдарованих людей. Для психологів, аспірантів, студентів, вчителів та інших читачів, яких цікавлять проблеми розвитку людини.

Кэмерон Д. Золотая жила - Гаятри/Livebook. -2013. – 312 с.

Джулія Кемерон - творець з тридцятип'ятирічним стажем. Її методики змінили життя мільйонів людей, навчили сприймати і змінювати свою думку за допомогою творчості. Перша книга, «Шлях художника», що містить 12-тижневий курс по розвитку творчих здібностей, стала бестселером в Росії, США і Європі. «Золота жила» - «просунутий курс», який допомагає внутрішньому творцеві прокинутися після довгої сплячки і скоріше повернутися до активного життя. Вирушаючи слідом за автором на пошуки своєї «золотої жили», читач зможе ближче познайомитися з самим собою, зі своїм внутрішнім світом.

Клеон О. Кради как художник. 10 уроков творческого самовыражения / Остин Клеон. - М.: Манн Иванов и Фербер; Эксмо, 2012. – 224 с.

Книга розповідає, як навчитися творчості, і головне - неймовірно надихає. «Кради як художник» - книга, яка читається буквально за годину. У ній багато великих чорно-білих ілюстрацій, мінімум тексту і максимум мотивації. Не потрібно бути генієм, достатньо бути самим собою! Ось головна думка Остіна Клеона, молодого письменника і художника, який вважає, що творчість присутня у всьому і доступна кожному. У світі немає нічого оригінального, тому не відкидайте чужий вплив, колекціонуйте ідеї, обдумуйте їх ще раз, аранжируйте по-новому, у пошуках власного шляху. «Кради як художник» – це маніфест цифрової ери. Це позитивний, оригінально оформлений путівник, повний ілюстрацій, вправ і прикладів, мета якого – допомогти читачеві достукатися до творчої сторони свого характеру.

Кленіков О. І. Основи творчої особистості / О. І. Кленіков, І. Т. Кучерявий. – К.: Вища школа, 1996. – 295 с

Мета посібника – допомогти студенту поглибити знання своєї особистості, чіткіше зрозуміти свої бажання, можливості, способи досягнення

своїх цілей і мрій. Здійснено теоретико-методологічне обґрунтування творчої особи, розкрито поняття творчого потенціалу особ. Досліджено творчість і тип особи та соціальні механізми творчості. Методико-практичні аспекти творчості розкривають проблему творення самого себе, самопізнання як науково-методичне забезпечення. Подано практичні рекомендації з урахуванням специфічних, соціальних, соціокультурних і психологічних чинників у діяльності ділової людини в умовах переходу до ринкових відносин. Для студентів вищих навчальних закладів, які вивчають дисципліни соціальна філософія, соціальна психологія, курси з основ підприємницької діяльності та менеджменту, етики ділового спілкування.

Клименко В. В. Психологія творчості: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.В.Клименко. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 479 с.

Книга розкриває автогенези механізму творчості, дає відповідь на питання, від чого залежить здатність до творчості, її критерії, із чого складається механізм творчості; наводяться методологія і логіка його дослідження; описується система оригінальних випробувань потенцій механізму творчості; способи оцінювання його стану та відновлення його функцій втрачених через втому, перенапруження хворобу тощо; що спотворює мислення – відображення невідчутного, як оцінюються предмети і явища довкілля та приймається рішення діяти так, а не інакше – почуттями. Книгу адресовано студентам психологам, аспірантам, соціальним педагогам всім, хто цікавиться психологічними проблемами відновлення психічного здоров'я й розвитку механізму творчості.

Леви М. Гениальность на заказ / Марк Леви; пер. с англ. Олега Мацака. – М.: Манн Иванов и Фербер; Эксмо, 2013. – 224 с.

Марк Леві пропонує просту але дуже ефективну техніку – фрїрантинг. Він використовував її протягом багатьох років для розв'язання бізнес-задач,

генерації ідей, написання статей і книг. Суть фрірайтинга дуже проста: почніть писати так швидко, як тільки зможете, про предмет, який для вас по-справжньому важливий, ігноруючи при цьому правила граматики і пунктуації. Ваш внутрішній цензор не зможе встигнути за вами і буде змушений тимчасово відключитися. В результаті ваші думки стануть більш чесними і оригінальними, і ви зможете знайти по-справжньому проривні ідеї та рішення. Незважаючи на простоту методики, для її успішного застосування потрібно дотримувати ряд правил. Автор розкриває шість секретів ефективного фрірайтинга, а також розповідає про 15 принципів, які допоможуть значно поліпшити ваші навички вирішення проблем і розвинути креативність в цілому.

Микалко М. Игры для разума / Майкл Микалко: Питер. – 2007. – 448 с.

В книзі підтримується головна ідея про те, що креативними не народжуються — креативними стають! Книга зриває з творчості покрив таємниці. Унікальна система логічних та інтуїтивних вправ дозволить будь-якій людині розвинути нестандартне «вертикальне мислення»! Метод Леонардо да Вінчі, метод Сальвадора Далі, техніки творчої інкубації і мозкового штурму — ці і багато інших вправ, допоможуть максимально використовувати потенціал мозку і власну підсвідомість. Ви зможете перетворювати проблеми в можливості, діяти більш продуктивно, перемагати конкурентів і створювати нові технології.

Міцциха Л.П. Психологія творчості. Навчальний посібник. - Івано-Франківськ: Гостинець, 2007. -448 с.

У навчальному посібнику розкриваються основні поняття психології творчості: психологічна сутність творчості, зміст та її характеристика, механізм творчості; типологія творчості; структура креативності. Постановка питання творчості дається у контексті висвітлення її у філо- і онтогенезі; розкриваються стадії творчого процесу; соціальні механізми творчості, структура та природа

творчих здібностей, пропонуються методи активізації творчого мислення. У посібнику робиться аналіз вікових особливостей розвитку творчих здібностей особистості, дається інтерпретація видам творчої діяльності людини. У тексті міститься система завдань для самоконтролю й самостійного опрацювання з теми.

Морозов А.В. Креативная педагогика и психология: Учебное пособие / А. В. Морозов, Д.В. Чернилевский. – М.: Академический Проект, 2004. –560 с.

Креативна педагогіка та психологія представлені як сучасна відповідь на необхідність розвитку творчого потенціалу особистості. На основі просунутої концептуальної ідеї аналізується процес підготовки дипломованого фахівця з соціальним досвідом до викладацької діяльності у закладі вищої освіти. Включені матеріали про педагогічні технології, якими повинен володіти викладач закладу вищої освіти. Призначено для підготовки до отримання кваліфікації «Викладач вищої школи», а також студентам вищих навчальних закладів, які навчаються за педагогічним і психологічним спеціальностями, технологам і дослідникам освіти.

Рахимов А.З. Психодидактика творчества: Учеб. пособие: [Для студентов педвузов, психологов и педагогов] / А.З. Рахимов. - 2. изд., доп. - Уфа, 2002. – 282 с.

Даний навчальний посібник підготовлено для психодіагностики творчого розвитку учнів - в цьому його оригінальність і новизна. Подібну літературу можуть використовувати загальноосвітні та професійно-технічні заклади освіти, установи додаткової освіти, а також педагогічні та інші навчальні заклади. Проблема творчості висувається на перший план і в альтернативних школах. Посібник призначений студентам педагогічних закладів вищої освіти, психологам і педагогам.

Сисоєва С.О. Основи педагогічної творчості: Підручник. – К.: Міленіум, 2006. – 344 с.

Підручник створено для модульно-кредитної організації навчального процесу. У підручнику узагальнено багаторічний досвід викладання педагогічної творчості в Україні та Республіці Польща. Кожний розділ підручника містить обґрунтування актуальності проблеми, авторські узагальнення та висновки, список рекомендованої літератури, приклади з педагогічної практики, методичні поради, які покликані сприяти розвитку творчого мислення студентів, умінь робити власні узагальнення та спостереження. Висвітлено такі основні розділи: історія розвитку педагогіки творчості, методологічні засади педагогічної творчості, Формування та розвиток творчої особистості, педагогічні технології творчого розвитку учнів та вчителів, технології педагогічної творчості вчителів-новаторів, творчі можливості учнів та вчителів: технології вивчення, модульна технологія підготовки вчителя до педагогічної творчості. Підручник призначено для забезпечення викладання навчального курсу «Основи педагогічної творчості» у вищих педагогічних навчальних закладах, зокрема педагогічних університетах, для організації післядипломної педагогічної освіти вчителів, керівників шкіл, методистів, підготовки магістрів. Він буде корисним також викладачам і студентам вищих непедагогічних навчальних закладів, батькам сьогоденних і майбутніх учнів, усім, хто цікавиться фундаментальними основами педагогіки і психології, можливостями застосування психологопедагогічних знань у реалізації особистісних і професійних життєвих стратегій.

Туриніна О. Л. Психологія творчості: Навч. посіб. – К.: МАУП, 2007. — 160 с.

У пропонованому навчальному посібнику розкрито основи психології творчості, сутність і зміст основних категорій психології творчості, подано

методи та прийоми навчання творчості. Основну увагу приділено питанням творчої діяльності особистості та її загальній характеристиці, проблемі творчості в історії психології, видам творчості та проблемам її стимуляції. В навчальному посібнику розкривається поняття про творчий процес. Значну увагу приділено розкриттю психологічних особливостей творчої особистості та особливостям творчої діяльності особистості на різних етапах онтогенезу. В посібнику представлені методи дослідження творчої особистості та методи навчання творчості. Матеріал підготовлений на основі узагальненого педагогічного досвіду викладання у вищих навчальних закладах України. Для студентів вищих навчальних закладів, викладачів, а також читачів, яких цікавлять проблеми творчості.

Шамлян К. М. Психологія творчості: навч. посіб. / К. М. Шамлян; Нац. лісотехн. ун-т України. - Л., 2007. - 62 с.

Описано структуру інтелекту людини, методики самооцінки творчого потенціалу, визначення типів мислення та рівня креативності, оцінок логічного мислення та творчої уяви. Висвітлено психоаналітичну теорію творчості, методики дослідження рівня самоактуалізації особистості, її індивідуально-психологічних особливостей.

Яланська С. П. Психологія творчості: навчальний посібник / С. П. Яланська. – Полтава: ПНПУ імені В.Г. Короленка, 2014. – 180 с.

У сучасних умовах розвитку української освіти головною її метою є формування особистості, здатної до активної творчої діяльності. У посібнику з психології творчості представлено можливі шляхи вирішення цієї проблеми. Розкрито основні механізми творчості, підходи зарубіжних та вітчизняних учених до розвитку творчої особистості. Розкрито основні підходи до вивчення творчості, стратегії розвитку творчої особистості. Увагу приділено компетентнісному підходу до творчої діяльності, методиці дослідження творчості, методиці вимірювання креативності. Особливе місце посідають

психолого-педагогічні програми розвитку творчих особистостей: мета, методи, результати та стимулювання творчої активності: індивідуальні та групові. Посібник розраховано для студентів різних напрямів підготовки, що вивчають курс психології. Він може бути використаний ученими, практичними психологами, викладачами вищих навчальних педагогічних закладів, учителями, аспірантами, магістрантами, читачами, які цікавляться проблемою психології творчості.

4.2. Анотації дисертацій

Акімова О. В. Теоретико-методичні засади формування творчого мислення майбутнього вчителя в умовах університетської освіти : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.04 / О. В. Акімова ; Терноп. нац. пед. ун-т ім. В. Гнатюка. — Т., 2010. — 43 с.

В дисертації здійснено дослідження теоретико-методичних засад формування творчого мислення майбутнього вчителя в умовах університетської освіти. Науково обґрунтовано концепцію формування творчого мислення майбутнього вчителя як теоретико-методичну основу підвищення якості освіти у вищих педагогічних навчальних закладах, яка має три рівні: методологічний, теоретичний (психологічний та педагогічний), технологічний. Визначено структуру творчого мислення майбутнього вчителя як психолого-педагогічної категорії, яка включає в себе дві складові: процесуальну й особистісну. Розроблено структурно-функціональну модель формування творчого мислення майбутнього вчителя як педагогічного 39 феномена. У цій моделі визначено місце творчого мислення в педагогічній діяльності, форми його функціонування, основні функції, психологічний механізм та основні характеристики. З метою реалізації концепції розроблено та експериментально перевірено педагогічну систему розвитку творчого мислення майбутнього вчителя в процесі університетської підготовки на матеріалі вивчення дисциплін педагогічного циклу, яка включає структурні компоненти процесу розвитку і

моніторингу творчого мислення майбутнього вчителя. Здійснена дослідно-експериментальна перевірка авторської модульно-варіантної технології навчання з педагогічних дисциплін та педагогічних умов розвитку творчого мислення майбутнього вчителя. Розроблена технологія передбачає системно-структурну взаємодію основних компонентів та етапів підготовки майбутнього вчителя (діагностичний, навчально- модельований і результативний).

Вайновська М.К. Формування творчої особистості підлітка у навчально-виховному процесі: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.07 / М.К. Вайновська ; Херсон. держ. ун-т. — Херсон, 2004. — 20 с.

Наведено результати теоретичного та практичного аналізу ролі духовного компонента як педагогічної умови розвитку творчої особистості підлітка. Сформульовано вихідну науково-педагогічну концепцію, згідно з якою визначено теоретичні й методичні засади дослідження. Висвітлено психолого-педагогічні умови, здійснення яких забезпечують реалізацію та розвиток творчих потреб та можливостей учнів на уроці та у позакласній роботі. Розкрито дієві форм та методи, які сприяють активному творчому самоствердженню та самореалізації особистості школяра. Запропоновано шляхи для переорієнтування педагогічного колективу і процесу на духовний розвиток і саморозвиток творчої особистості дитини в підлітковий період.

Дунаєва О. М. Формування педагогічної креативності майбутніх учителів у процесі професійної підготовки: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / О.М. Дунаєва ; Вінниц. держ. пед. ун-т ім. М.Коцюбинського. — Вінниця, 2008. — 20 с.

Проаналізовано основні теоретичні підходи до проблеми розвитку креативності. Розрито суть понять «креативність», «педагогічна креативність». Визначено компоненти педагогічної креативності, її критерії, показники, конкретизовано її рівні. Теоретично обгрунтовано й апробовано педагогічні умови формування педагогічної креативності майбутніх учителів. У межах

інтерактивної технології розроблено та реалізовано спецкурс "Основи формування педагогічної креативності майбутніх учителів" у процесі професійної підготовки, будова якого перебуває у тісному зв'язку з компонентами педагогічної креативності. Проаналізовано сформованість педагогічної креативності після запровадження спецкурсу у межах інтерактивної технології. Зроблено певні висновки, реалізація яких сприятиме подальшому перспективному формуванню педагогічної креативності майбутніх учителів у процесі їх професійної підготовки.

***Калашніков І. В.** Розвиток творчої діяльності учнів у процесі вивчення функцій в основній школі: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / І. В. Калашніков; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. - К., 2003. - 19 с.*

На підставі матеріалу функціональної лінії основної школи розроблено, теоретично та експериментально обгрунтовано методичну систему вивчення тем, які її складають, що сприяє розвитку творчої діяльності учнів. Уточнено поняття «творчі здібності», «творче мислення», «творча діяльність», «творча задача». Розроблено нову схему диференціації навчання математики, яка враховує психологічні особливості учнів. Виділено та охарактеризовано рівні розвитку творчих здібностей учнів основної школи. Визначено дидактичні передумови розвитку творчої діяльності школярів у процесі вивчення теми «функціональні лінії» основної школи.

***Касумова Банати Солт-Ахмедовна.** Дивергентные математические задачи как средство развития креативности мышления у младших школьников: диссертация. .. кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Касумова Банати Солт-Ахмедовна; [Место защиты: Астрахан. гос. ун-т].- Махачкала, 2010.- 147 с.*

Автор дає відповідь на один природне запитання, який може виникнути у читача, - за рахунок якого навчального часу і як слід організувати навчання дітей рішенню дивергентних завдань? По-перше, деякий вельми обмежена

кількість дивергентних завдань, як відомо, в початковому курсі математики у вигляді нестандартних зустрічається, а по-друге, ніякого додаткового часу і, тим більше, міняти навчальну програму з математики для їх використання в процесі навчання не потрібно. Просто при формуванні загального вміння розв'язувати задачі поряд з конвергентними треба розглядати дивергентні завдання, які цілеспрямовано збагачують дидактичні можливості вчителя. При цьому дивергентні завдання бажано примикати до конвергентних за змістом або паралельно шляхом диверсифікації (перетворення) як умови і вимоги конвергентної завдання, так і підходів до її вирішення, перетворюючи тим самим її в дивергентну. Зрозуміло, навчання рішення дивергентних завдань може переслідувати такі ж дидактичні і розвиваючі мети як і навчання рішенням конвергентних завдань. Ясно, що їх годі було «дискримінувати» в навчальному процесі, так як вони на додаток до конвергентних збагачують арсенал засобів вчителя з розвитку креативності мислення учнів. Відзначимо в ув'язненні, що вчителі початкових класів, як правило, рідко обмежуються вирішенням завдань тільки зі стандартних підручників, а цілеспрямовано підбирають завдання з інших джерел. В якості такого джерела, зокрема, може виступити сукупність дивергентних математичних задач, що сприяють ефективному розвитку креативності мислення молодших школярів.

Куц О. С. Психологічні умови розвитку творчого мислення старшокласників засобами рольових ігор: автореф. дис. .. канд. психол. наук: 19.00.07 / О. С. Куц ; НАПН України, Ін-т психології ім. Г.С. Костюка. — К., 2011. — 20 с.

Вивчено умови розвитку творчого мислення старшокласників засобами рольових ігор. Розкрито поняття «творче мислення», досліджено психологічні умови розвитку творчого мислення особистості через виявлення його структури як складної багатовимірної властивості особистості. Наведено особистісно-процесуальну характеристику творчого мислення та визначено його як аксіо-

когнітивний конструкт, описано психологічний механізм розумової діяльності. Описано навчальну програму розвитку творчого мислення старшокласників за допомогою рольових ігор. Обгрунтовано доцільність і доведено можливість більш ефективного розвитку творчого мислення шляхом використання засобів керованої продуктивної ігрової діяльності старшокласників. Показано взаємозв'язок між зовнішніми (інтерпсихічні) психологічними умовами (подвійність характеру рольової гри) та внутрішніми (інтрапсихічні) психологічними умовами (багатовимірність структури мислення, подвійність творчого мислення, тендерні та вікові особливості) розвитку творчого мислення.

Лоук О. В. Розвиток творчого мислення учнів у навчально-виховному процесі початкової школи: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.07 / О. В. Лоук; Уман. держ. пед. ун-т ім. П. Тичини. - Умань, 2015. - 20 с.

Теоретично обгрунтовано проблему розвитку творчого мислення учнів у навчально-виховному процесі початкової школи. Здійснено ретроспективний аналіз проблеми розвитку творчого мислення та з'ясовано сучасний стан у педагогічній теорії та практиці. Уточнено зміст поняття «творче мислення» та визначено сутність поняття «розвиток творчого мислення учнів у навчально-виховному процесі початкової школи». На основі теоретичного обгрунтування проблеми дослідження визначено й експериментально перевірено психолого-педагогічні умови розвитку творчого мислення учнів у навчально-виховному процесі початкової школи. Розроблено й апробовано модель розвитку творчого мислення учнів у навчально-виховному процесі початкової школи, дієвість якої забезпечують визначені психолого-педагогічні умови. Означена модель охоплює мету, теоретичні підходи, принципи, суб'єкти виховної діяльності, психолого-педагогічні умови, етапи, зміст, форми, методи, критерії (мотиваційно-ціннісний, інтелектуально-діяльнісний, комунікативно-креативний), показники, рівні (репродуктивно-пасивний, репродуктивно-

активний, самостійно-творчий) розвитку творчого мислення молодших школярів, передбачуваний результат.

Маланюк Н. М. Розвиток творчих математичних здібностей учнів ліцею засобами інформаційних технологій [Текст]: автореф. дис. на здоб. наук. ступ. канд. пед. наук: 13.00.09 - теорія навчання / Н. М. Маланюк ; Тернопільський нац. пед. ун-т ім. В. Гнатюка. – Тернопіль, 2014. – 19 с.

Виявлено та теоретично обґрунтовано комплекс дидактичних умов, які сприяли розвитку творчих математичних здібностей учнів ліцею засобами інформаційних технологій: формування позитивної мотивації та стійкого інтересу до вивчення предметів математичного циклу через упровадження інноваційних технологій; створення творчого навчального середовища відповідно до критеріїв його ефективності; активізація самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів ліцеїв із використанням елементів евристичного навчання; застосування інформаційних навчально-методичних комплексів («Жива математика», Advanced Grapher, DG, GeoGebra, Gran). Розроблено модель реалізації дидактичних умов розвитку творчих математичних здібностей учнів ліцею засобами інформаційних технологій, ефективність якої доведено ймовірнісними методами.

Мойсеєнко Л. А. Психологія творчого математичного мислення студентів: Автореф. дис... д-ра психол. наук: 19.00.01 / Л.А. Мойсеєнко ; Ін-т психології ім. Г.С.Костюка АПН України. — К., 2005. — 37 с.

Досліджено психологічну суть творчого математичного мислення студентів технічного вищого наукового закладу. На підставі результатів експериментального дослідження з'ясовано процесуально-динамічну характеристику складових процесів, спрямованих на розв'язання творчої математичної задачі: процесів розуміння задачі, формування її розв'язку, апробації математичних результатів, а також взаємодію цих процесів у

творчому математичному мисленні. Вивчено індивідуально-особистісні ознаки пошукового математичного процесу, базуючись на аналізі стилів творчого математичного мислення студентів (диференціального, інтегрального, диференціально-інтегрального), виявлених у процесі дослідження. Показано, що творче математичне мислення студентів можна активізувати за умов застосування творчого тренінгу, спрямованого одночасно на стимулювання всіх його складових процесів.

Музиченко С. В. Конструктивні задачі як засіб розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання алгебри [Текст]: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 - теорія та методика навчання математики / С. В. Музиченко; Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова (Київ). 2005. - 20 с.

Розроблено та науково обгрунтовано методику розвитку творчого мислення учнів шляхом використання у процесі навчання конструктивних алгебричних задач. Запропоновано систему задач, побудовану відповідно до вікових особливостей інтелектуальної сфери учнів основної школи, яка базується на програмованому навчальному матеріалі та дозволяє враховувати їх індивідуальні навчальні можливості. Експериментально підтверджено, що така система сприяє розвитку творчого мислення учнів VII - IX класів та підвищенню якості їх математичної підготовки.

Скалич Л. Й. Діагностика та формування творчого математичного мислення молодших школярів: Автореф. дис... канд. психол. наук / Л. Й. Скалич; Ін-т психології ім. Г.С.Костюка АПН України. - К., 2007. - 21 с.

Визначено вікові особливості математичного творчого мислення дітей молодшого шкільного віку, розроблено програму його діагностики та формування на уроках математики. Як операційну модель математичного творчого мисленнєвого процесу у даних дітей розглянуто процес розв'язання

математичних задач, суб'єктивно нових для індивіда. Побудовано експериментальну програму діагностики та формування математичного творчого мислення у дітей молодшого шкільного віку, експериментально встановлено її суттєвий вплив на певні розумові здібності, а саме: спроможність засвоювати основні арифметичні операції та аналізувати співвідношення, володіння вербальними поняттями, сприйняття форм, візуальну перцепцію, зорово-рухову інтеграцію.

Смалько О.А. *Розвиток творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням інформаційних технологій навчання: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / О.А. Смалько; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. — К., 2003. — 20 с.*

В дисертації запропоновано науково обґрунтовану методику розвитку творчих компонент мислення старшокласників на уроках з деяких тем шкільного курсу математики при використанні комп'ютера. Проведено аналіз можливостей використання різноманітних засобів інформаційних технологій при навчанні математики в школі. У роботі описана методика розвитку творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням комп'ютерних програм з навчально-інструментальної серії GRAN (Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вітюк А.В.). Особлива увага в роботі приділена аспектам використання в практиці шкільного вивчення математики дослідницьких методів, комп'ютеризованих брейнстормінгів, методів відкриття, лабораторно-дослідних, евристичних і проблемних методів навчання. Запропонована методика також спирається на проведення модельних експериментів з математичними об'єктами, дослідження деяких математичних фактів, проблем, на розв'язання різноманітних цікавих, творчих завдань, завдань з прикладним змістом, з повсякденної практики, завдань-загадок, задач-фантазій, задач-пасток, софізмів і парадоксів.

Теплицький І. О. *Розвиток творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / І. О. Теплицький; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. - К., 2001. - 20 с.*

Обґрунтовано можливість розвитку творчого мислення школярів за допомогою засобів комп'ютерного моделювання. Показано доцільність введення відповідного факультативного курсу з метою формування наукового світогляду і, зокрема, основ інформаційної культури. Експериментально підтверджено позитивний вплив такого курсу на рівень особистих творчих досягнень школярів. Відповідно до положень загальної дидактики розроблено методичну систему навчання основ комп'ютерного моделювання. Для початкового вивчення моделювання запропоновано знайомі учням електронні таблиці, що не вимагають створення інтерфейсу користувача.

Якубова Л. А. *Розвиток творчих здібностей підлітків у процесі позакласної роботи загальноосвітніх навчальних закладів: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.07 / Л. А. Якубова; Миколаїв. держ. ун-т ім. В.О. Сухомлинського. — Миколаїв, 2010. — 20 с.*

З'ясовано сутність і структуру творчих здібностей учнів підліткового віку, визначено їх критерії: ціннісно-мотиваційний, когнітивно-операційний, особистісно-диспозиційний. Розглянуто показники та рівні їх сформованості. Розкрито можливості позакласної роботи щодо розвитку творчого потенціалу школярів. Теоретично обґрунтовано й експериментально перевірено педагогічні умови розвитку творчих здібностей учнів підліткового віку у процесі позакласної роботи. Розроблено методика формування у процесі позакласної роботи в загальноосвітній школі цілісного виховного середовища, що складається з взаємопов'язаних компонентів: предметно-просторового, соціально-психологічного, організаційно-технологічного.

4.3. Анотації статей

Акімова О. В. Деякі питання співвідношення категорій творчості й мислення / О. В. Акімова, О. В. Волошина // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: педагогіка і психологія, випуск 45. – 2016. – С. 14 – 18.

У статті розглядаються питання співвідношення категорій творчості та мислення. Авторами було проаналізовано низку психолого-педагогічної літератури з вказаної проблеми, здійснено аналіз теорій, які пояснюють сутність понять «творчість» та «мислення» починаючи з часів античності до теперішнього часу. В результаті проведеного дослідження було виявлено, що творчість і мислення нерозривно пов'язані між собою.

Акімова О. В. Психологічні теорії творчості й творчого мислення / О. В. Акімова, О. Б. Наливайко // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Педагогіка і психологія. - 2013. - Вип. 39. - С. 7-11.

У статті здійснений аналіз психологічних теорій творчості й творчого мислення. Авторами зроблено висновок про те, що мислення і творчість взаємопов'язані категорії, а саме: творчість є якісною характеристикою мислення. Це обумовлено єдністю певних компонентів, пов'язаних із цілепокладанням, психологічними механізмами та особливостями педагогічного керівництва процесом розвитку цих феноменів. Але ототожнювати ці дві наукові категорії неможливо, що підтверджується визначенням їх сутності основними психологічними теоріями особистості. Сутність педагогічної творчості визначається особливостями педагогічної діяльності, а саме спрямованістю на усвідомлення й рішення проблем, які постійно виникають у педагогічному процесі та особливостями суб'єкт - суб'єктної дидактичної взаємодії. Автори приходять до висновку, що мислення і творчість взаємопов'язані категорії, а саме: творчість є якісною

характеристикою мислення. Співвідношення категорій творчості й мислення визначається єдністю певних компонентів, а саме: - мислення і творчість, що тісно пов'язані з відкриттям нового; - мислення і творчість є формами виявлення механізму розвитку або взаємодії, яка веде до розвитку. Тобто творчість вчені визначають як якісну характеристику мислення. Але вважають, що ототожнити ці категорії неможливо.

Акімова О. В. Формування творчого мислення майбутнього вчителя у процесі вирішення педагогічних задач / О. В. Акімова // Педагогічна освіта: теорія і практика. Психологія. Педагогіка. - 2016. - № 26. - С. 41-46.

У статті розглянуто проблему формування творчого мислення майбутнього вчителя у процесі розв'язання педагогічних задач. Розкрито варіативність поглядів дослідників щодо визначення сутності понять «педагогічна задача», «педагогічна ситуація», «педагогічне проектування». Виокремлено етапи розв'язання педагогічної задачі, котрі передбачають проектування предметного змісту і форм діяльності учнів; реалізацію визначеного проекту в безпосередній взаємодії з учнями; підсумкову оцінку досягнутих результатів. Кожен із названих етапів включає як аналітичні, так і конструктивні творчі процеси.

Бабій М. Ф. Навчання як засіб розвитку креативності у початковій школі / М. Ф. Бабій // Психологічні перспективи. - 2013. - Вип. 21. - С. 3-10. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ppst_2013_21_3

У статті проаналізовано результати емпіричного дослідження розкриття творчого потенціалу молодших школярів у навчальній діяльності. Вказано детермінанти низької ефективності розкриття креативності у дітей цієї вікової категорії та шляхи вирішення проблеми.

Берман В. П. *Види творчих завдань при навчанні математики у середній школі* / В. Берман, Т. Левадна // *Нова пед. думка.* - 2011. - № 2. - С. 135-139.

За допомогою використання конвергентного та дивергентного мислення обґрунтовано можливість використання під час навчання математики у загальноосвітній середній школі шість різноманітних груп творчих завдань, які сприяють розвитку пізнавальної самостійності, кмітливості, креативності учнів. Увагу приділено видам завдань, спрямованим на формування дивергентного мислення. З'ясовано, що види цих задач далеко не рівнозначні: одні під час розв'язування вимагають переважно конвергенції, другі - дивергенції, треті - мислення обох типів. Припущено, що перевагу слід надавати тим завданням, які більше пов'язані з дивергентними діями.

Берман В. П. *До питання про методологічні основи формування дивергентного мислення майбутніх вчителів математики.* / В. Берман, Т. Левадна // – [електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ite.kspu.edu/ru/node/55>

У статті висвітлюються деякі аспекти проблеми формування дивергентного мислення студентів – математиків у процесі їх професійної підготовки в педагогічних вищих навчальних закладах і університетах. Особлива увага приділяється розвитку креативності майбутніх учителів математики, розкриттю психологічних характеристик здібності фахівця до створення нового, оригінального. Спеціальне місце відведене творчим математичним задачам як ефективному засобу формування у студентів і школярів творчої активності.

Благодир Л. А. *Задачі як засіб розвитку творчого мислення учнів на уроках математики.* - II Міжнародна науково-методична конференція «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у

*процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу» «ІТМ*плюс – 2015». - Суми: ВВП «Мрія». – С. 16 – 17.*

Однією з основних задач сучасної освіти є досягнення нової якості освіти орієнтованої на розвиток особистості учня, його пізнавальних здібностей, творчої ініціативи, самостійності. Математика є одним із найбільш складних предметів для сприйняття учнями, тому виникає необхідність використання нестандартних методів та методик навчання. Пріоритетними для школи поступово стають і такі методи навчання, які сприяють розвитку не лише продуктивного мислення дітей, а й створенню умов для творчих, евристичних пошуків школярів. Однією з таких методик є використання помилкових розв'язувань вправ, некоректних формулювань означень та теорем.

Бондар Л. В. О. Сухомлинський про розвиток творчих здібностей учнів початкової школи / Л. Бондар // Рідна шк.. - 2013. - № 8/9. - С. 25-28.

Висвітлено ідеї В.О. Сухомлинського, що стосуються дитячої творчості як основи розумового розвитку. Зазначено про розвиток образного мислення та творчих здібностей у дітей через створення казок. Наголошено на значенні природи як джерела виховання. Проаналізовано погляди В.О. Сухомлинського на проблему дитячого мислення як складової ширшої проблеми – розумового виховання. Розкрито вплив характеру праці та суспільного життя школярів на розвиток природжених задатків як передумов розвитку талантів і здібностей особистості. Окреслено напрями удосконалення роботи з підготовки учнів до творчої діяльності. Визначено основні умови формування таланту індивіда.

Вдовенко В. В. Використання дивергентних задач на уроках математики як необхідна умова розвитку творчої особистості учня / В.В. Вдовенко // Актуальні питання природничо-математичної освіти. – Суми, 2013. – Вип.1. – С. 69 – 73.

Стаття присвячена особливостям використання дивергентних задач на уроках математики в школі. Проаналізовано поняття «дивергентне мислення»,

розкрито сутність поняття «дивергентна задача». Розглянуто декілька прикладів задач, які сприяють розвитку дивергентного мислення учнів. У статті зазначено, що дивергентні задачі вимагають більш відкритого типу мислення, розвивають в учнів уміння бачити проблему з різних ракурсів, знаходити нові незвичні комбінації, здатність змінювати стандартну спрямованість мислення. У процесі розв'язування дивергентних задач на уроках математики учень оцінює інформацію під різними кутами зору, з різних позицій, а також конкретизує, доповнює, розвиває, систематизує, комбінує її. Автор вважає, що використання дивергентних задач сприяє розвитку творчого мислення учнів і саме, тому назріла потреба у розробці та створенні спеціальних збірників, посібників, які б містили задачі дивергентного типу до кожної теми шкільного курсу математики.

***Винар В. П.** Розвиток творчих здібностей майбутніх вчителів початкової школи під час вивчення математики / В. П. Винар // Нова пед. думка. - 2008. - № 1. - С. 59-62.*

Розглянуто основні питання розвитку та формування творчих умінь майбутніх вчителів початкової школи під час вивчення математики. Доведено, що використання творчих завдань на заняттях з математики підвищує культуру мислення.

***Винар В. П.** Формування творчого мислення майбутніх вчителів початкової школи як передумова розвитку творчого потенціалу особистості / В. П. Винар // Оновлення змісту, форм та методів навчання і виховання в закл. освіти: зб. наук. пр. - 2008. - Вип. 40. - С. 103-105.*

Підкреслено, що підготовці вчителя приділяється значна увага в педагогічних вищих навчальних закладах, особливо це стосується вчителя початкової ланки шкільного навчання, оскільки від якості знань і умінь, сформованих у початковій школі, залежить ефективність роботи

загальноосвітньої та професійної школи. Відзначено, що сучасний стан вищої педагогічної освіти потребує нового бачення і заміни парадигми в напрямі виховання і самовиховання творчої, конкурентноспроможної особистості. Виявлено, що реалії сьогодення спонукають педагогів до внесення необхідних змін у систему виховання, вирішення ряду завдань: підвищення рівня якості навчально-виховної роботи засобами педагогічної майстерності, підготовка педагогів-новаторів, які прагнуть до творчого пошуку нових оригінальних рішень різних педагогічних проблем.

Гаширов Н. Г. Дивергентные задачи – средство развития творческого мышления младших школьников / Н.Г. Гаширов, Х.М. Махмудов // Начальная школа. – 2014. – № 2. – С.29 – 33.

Досліджено, що до завдань дивергентного типу в традиційних підручниках відносять: а) завдання з відсутніми даними; б) завдання на складання задач за даним ров'язком або рівнянням; в) вправи на склад числа. Зазвичай таким завданням на уроках приділяється мало уваги. Автор наводить приклади цікавих і перевірених на практиці дивергентних задач та охарактеризовує деякі прийоми іверсифікації конвергентних завдань в дивергентні, а також дає коментарі по організації навчання учнів щодо їх розв'язання.

Головачук Н. Теоретико-педагогічні засади розвитку творчого мислення майбутніх педагогів / Н. Головачук // Молодь і ринок. - 2010. - № 10. - С. 122-126.

Обґрунтовано теоретико-педагогічні засади розвитку творчого мислення майбутніх педагогів. Визначено закономірності концепції «розвивального навчання», в основі якої - активність, навчання на високому рівні складності, емоційна насиченість, усвідомлення та саморегуляція розумової діяльності. Відзначено існування протиріч в системі освіти між швидкими темпами

нарощування знань і обмеженими можливостями індивіда, між соціальними процесами та розвитком педагогічної системи, власне педагогічні протиріччя, між необхідністю інтенсивного розвитку інтуїції з одного боку, і нерозробленістю методики стимулювання цих якостей, з іншого. Констатовано, що для розвитку творчих здібностей важливим є створення відповідного середовища, врахування індивідуальних особливостей, забезпечення мотиваційної готовності до роботи, удосконалення змісту навчального матеріалу, відповідний вибір методів і форм роботи.

Грицик Т. А. Розвиваємо творче мислення учнів на уроках математики / Т. А. Грицик // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. - 2012. - Вип. 33. - С. 84-88.

В статті продемонстровано дидактичні можливості тригонометрії з метою розвитку творчого мислення учнів, розглянуто способи розвитку компонентів творчого мислення засобами тригонометрії.

Дубасенюк О.А. Креативний підхід до професійно-педагогічної підготовки майбутніх учителів // Креативна педагогіка, 2011. – № 4. - С. 23-28.

У статті аналізуються різні підходи до проблеми креативності та особливості застосування креативного підходу до професійно-педагогічної підготовки майбутніх учителів; пропонується концепція формування і розвитку креативного мислення студентів; при цьому навчання розглядається як процес вирішення професійно орієнтованих розумових завдань, відповідно до якого передбачається впровадження форм і методів активного навчання студентів, розвиток їх пізнавальної самостійності в навчально-науково-дослідницької діяльності.

Жигайло О. *Формування креативного мислення учнів початкових класів на уроках математики.* /Жигайло О., Гайда С. //– [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://drohobych.net/youngsc/AQGS/2013_5/pedagogy/183-189.pdf

У статті описано особливості формування креативного мислення молодших школярів, розкрито суть поняття «креативна особистість» та «креативність», проаналізовано психолого-педагогічні підходи до формування креативного мислення учнів початкової школи, досліджено вплив рівня розвитку інтелекту та рівень розвитку креативності дітей молодшого шкільного віку. Розглянуті різні методи, використовувані з метою розвитку креативного мислення під час розв'язування задач: метод евристичної бесіди, метод мозкового штурму, метод допоміжних задач, метод помилки, метод «асоціацій», алгоритмічний метод.

Заика Е. В. *Игровой тренинг визуальной когнитивной стратегии как способ развития интеллекта и творческих способностей учащихся* / Е. В. Заика, И. А. Зуев // *Наука і освіта.* - 2007. - № 4/5. - С. 66-69.

Розглянуто окремі способи розвитку мислення учнів, зокрема, ігровий тренінг візуальних здібностей та індивідуалізацію процесу засвоєння, пов'язану з типом домінантної репрезентативної системи. Досліджено розвивальні вправи й типологію репрезентативних систем.

Колесник Є. А. *Розвиток творчого мислення майбутнього вчителя математики у процесі розв'язування задач різними способами* / Є. А. Колесник // *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2013, № 2 (28).* – С. 241 – 247.

Одним із ефективних засобів розвитку творчого мислення студентів у процесі вивчення елементарної математики є розв'язування задач різними способами. В статті розглянуто особливості формування творчого мислення та

дослідницьких здібностей майбутнього вчителя математики у процесі розв'язування математичних задач. Особлива увага приділяється аналізу отриманого в задачі результату та знаходженню раціонального методу її розв'язування. В статті, на прикладі конкретних математичних задач, проаналізовано труднощі та деякі типові помилки, що виникають у студентів на різних етапах вивчення курсу елементарної математики.

Колесник Є. А. Фактори, що впливають на розвиток творчого мислення майбутнього вчителя математики у процесі навчання елементарної математики / Є. А. Колесник // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, IV (49), Issue: 103, 2016. – с. 38 – 41.

У статті проаналізовано деякі фактори, що впливають на розвиток творчого мислення студентів. Обґрунтовано необхідність враховувати психолого-педагогічних особливості юнацького віку, «спади» і «підйоми» психологічних процесів (уваги, пам'яті, мислення) з метою розвитку творчого мислення студентів в ході навчання елементарної математики у педагогічному університеті.

Кореновська О. Г. Логіка і розвиток творчих здібностей учнів / О. Г. Кореновська // Наша шк.. - 2009. - № 6. - С. 87-89. - Бібліогр.: 5 назв. - укр.

Розглянуто питання обґрунтування вивчення логіки як окремої дисципліни в системі шкільної освіти. Зазначено важливість вивчення наук шкільного курсу для розвитку логічного мислення та обумовленість результативності цього процесу від методики їх вивчення. На підставі аналізу досвіду роботи в школі вихідного дня «Перші кроки» розроблених і апробованих методичних розробок уроків з логіки для IV класу за допомогою зошитів «Логічна мозаїка» з'ясовано роль і значення логіки для формування всебічно розвинутої особистості. Доведено, що вивчення логіки в школі дисциплінує мислення, підвищує загальну культуру мислення навчає методам

здобуття вивідного знання, відшукування нових результатів, свідомому використанню понять, суджень, умовиводів.

Корчак Т. *Розвиток творчих здібностей учнів на уроках математики / Т. Корчак // Дир. шк., ліцею, гімназії. - 2013. - № 3. - С. 79-82.*

Зазначено, що залучення учнів до творчості є актуальною проблемою організації навчального процесу, оскільки формування якостей творчої особистості неможливе без організації відповідної діяльності. Саме творча пізнавальна діяльність учнів є тим видом активності, що розвиває ці здібності.

Костюкова Т. *Аналогія як метод формування у студентів продуктивно-творчого мислення / Т. Костюкова, В. Сівак // Нова пед. думка. - 2013. - № 1. - С. 277-280.*

Обґрунтовано використання міждисциплінарного підходу в навчальному процесі як одного з методів аналізу складних явищ, що вивчаються різними дисциплінами. З метою формування у студентів міждисциплінарного продуктивно-творчого мислення запропоновано застосовувати метод аналогій як один із евристичних методів наукового дослідження для вивчення різноманітних наукових проблем. Розглянуто приклади стимулювання у студентів самостійного творчого мислення за допомогою застосування аналогій. Підкреслено, що використання методу аналогій у навчальному процесі студентами підвищує ефективність організації інформації та допомагає у формуванні власної гіпотези та висновку, а також поліпшує керування розумовою діяльністю студентів.

Кушнір В. *Педагогічні умови формування творчих умінь математично обдарованих учнів / В. Кушнір, Г. Кушнір, Н. Рожкова // Рідна шк.. - 2010. - № 11. - С. 17-22.*

Наголошено на необхідності створення математично обдарованим учням можливості знаходити індивідуальні шляхи розв'язування задач, а також

застосовувати знання з різних розділів певної математичної дисципліни чи інших дисциплін. Запропоновано модель предмета текстової задачі у вигляді матриці інформації, а процес розв'язування - як процес встановлення логічних зв'язків між клітинами матриці та заповнення порожніх клітин аж до отримання моделі предмета задачі у вигляді рівняння чи системи рівнянь, причому чим вищою є інтеграція знань з різних навчальних дисциплін загалом, тим більш органічною складовою особистості вони стають. Наведено схему видів інтеграції знань. Підкреслено роль емоцій у формуванні творчих здібностей.

Левченко І. Розвиток творчого мислення учнів на уроках математики / І. Левченко // Наукові та методичні засади математичної освіти. - Фізико-математична освіта (ФМО) № 1(8), - 2016, С. 20-22.

В статті розглядається проблема розвитку творчих здібностей дітей молодшого підліткового віку. Представлені форми, прийоми та методи, які сприяють розвитку креативного мислення. Для розвитку творчих здібностей учнів доцільно використовувати: математичні розвиваючі ігри («Математичне лото», «Зачаровані приклади» і т.д.), ребуси, кросворди, логічні завдання, задачі-загадки, задачі з надлишковими даними і т.д.

Лісневська О. С. Інтеграція уроків математики та трудового навчання як засіб розвитку творчого мислення та просторової уяви молодших школярів – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://eprints.zu.edu.ua/1570/1/07losums.pdf>

Автор намагається використовувати в своїй роботі багато різних вправ на розвиток просторової уяви, логічного мислення, вчити дітей аналізувати, порівнювати, узагальнювати, виділяти головне. Розв'язанню цього завдання сприяє інтеграція деяких видів роботи на уроках математики, трудового навчання, образотворчого мистецтва. Завдання з серії «Уяви, що вийде» спрямовані на розвиток просторової уяви; робота з геометричним

конструктором «Танграм»- це конструктор ще називають «головолоомкою з картону».

Ломако Л. І. Система засобів і способів формування творчого мислення майбутніх вчителів у процесі оцінної діяльності / Л. І. Ломако // Дидактика математики: пробл. і дослідж.: зб. наук. пр. - 2001. - Вип. 16. - С. 41-46.

Обґрунтовано необхідність системного підходу до розробки засобів і способів формування творчого мислення майбутніх учителів у процесі оціночної діяльності. Охарактеризувати основні засоби і способи пропонованої системи: теоретичні знання про оціночну діяльність; спеціально організовані оціночні завдання; різні способи діалогічного спілкування.

Лоюк О. В. Творче мислення молодшого школяра: сутність, структура, особливості прояву / О. В. Лоюк // Молодий вчений. - 2015. - № 5(3). - С. 123-126.

Стаття присвячена проблемі виховання творчої особистості молодшого школяра. Автор обґрунтовує необхідність та доцільність розгляду даного питання на сучасному етапі розвитку суспільства. У статті розкрито сутність поняття творче мислення, визначено структуру даного феномену, висвітлено особливості прояву мисленнєвої діяльності учнів початкової школи. Також стисло охарактеризовані основні новоутворення молодшого шкільного віку: теоретичний аналіз, внутрішній план дій, рефлексія. В ході дослідження встановлений факт тотальності дитячої творчості, що зумовлює відповідну організацію дитячої діяльності задля розвитку їх творчих здібностей.

Ляшенко О. І. Методи творчого підходу і стратегічні тенденції в процесі розв'язування задач / О. І. Ляшенко, Р. І. Швай // Педагогіка і психологія. - 2012. - № 4. - С. 5-10.

Розглянуто засоби розвитку творчого мислення учнів старших класів. Досліджено сутність стратегічних тенденцій розв'язування задач з фізики як вияв інтегральної якості особистості. Запропоновано методи творчого підходу до розв'язування задач: алгоритмічні, евристичні, методи контрольних запитань. Висвітлено сутність стратегічної тенденції в процесі розв'язування задач і виокремлено послідовні кроки щодо їх розв'язання.

Матяш О. І. Формування творчих якостей майбутнього вчителя математики у процесі методичної підготовки / О. І. Матяш, Л. О. Палій // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. Зб. наук. праць. - Вип. 22. Київ-Вінниця, 2009. – С. 393 – 397.

Схарактеризовано загальні тенденції в удосконаленні методичної підготовки майбутнього вчителя математики. Виокремлено та обґрунтовано прийоми та засоби формування творчих якостей майбутнього вчителя математики в процесі його методичної підготовки в умовах педагогічного університету.

Милушева-Бойкина Д. В. Развитие творческого мышления учащихся при обучении математике / Д. В. Милушева-Бойкина, Р. П. Маврова // Вісн. Черкас. ун-ту. Сер. Пед. науки. - 2009. - Вип. 155. - С. 63-68.

Розглянуто питання розвитку творчого мислення у навчанні, зокрема у навчанні математики. Запропоновано систему задач, що сприяють розвитку творчого мислення учнів середньої школи.

Мойсеєнко Л. А. Прояви інтуїції в процесі розуміння творчих математичних задач // Актуальні проблеми психології: проблеми психології творчості та обдарованості. – К. – 2008. – Т.12. – Випуск 3. – С. 150-159.

Проаналізовано вплив математичного стилю розв'язуючого на перебіг процесу розуміння творчої математичної задачі з акцентом на якісній характеристиці кожного з його мікроетапів. Для цього автор досліджує пошуковий процес при розв'язуванні творчих математичних задач студентами технічного ВНЗ (Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу), виділивши їм притаманні математичні стилі і здійснивши аналіз як вони проявляються в процесі розуміння.

Мойсеєнко Л. А. Психологічні аспекти активізації та оптимізації творчого математичного мислення студентів // Творча діяльність в ускладнених умовах / В.О.Моляко, А.Б.Коваленко, Л.А.Мойсеєнко, В.А. Семиченко та інші. За загальною редакцією В.О. Моляко / Науково-методичний посібник. – К., 2007. – С. 188-204.

В статті аналізуються психологічні аспекти активізації та оптимізації апробаційного процесу творчого математичного мислення. Описано психологічну сутність процесу апробації при розв'язанні творчих математичних задач. Розглядаються психологічні засади впровадження творчого тренінгу для активізації апробаційного процесу творчого математичного мислення. Акцентується увага на значущості активізації його складових (когнітивної, операційної, особистісної). Обґрунтовується можливість позитивного впливу на якість процесу апробації творчих математичних задач за допомогою модифікованої тренінгової системи КАРУС.

Нестеренко А. В. Оптимальні умови підготовки майбутніх учителів до розвитку творчого мислення у молодших школярів на уроках математики. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу:

http://elibrary.kubg.edu.ua/4397/1/Нестеренко_А_стаття.docx

У статті проаналізовано та теоретично обґрунтовано умови підготовки майбутніх учителів до розвитку творчого мислення учнів початкової школи. До

числа умов, що позитивно впливають на процес підготовки майбутніх педагогів до творчої діяльності, віднесено *створення освітнього середовища, творчої атмосфери навчального процесу*. Для формування готовності студентів до творчої роботи позитивним є не тільки грамотний педагогічний вплив на майбутніх педагогів, але й здорове освітнє середовище як важливий фактор становлення творчого, конкурентоспроможного сучасного вчителя. До числа оптимальних умов, що позитивно впливають на процес підготовки майбутніх учителів до творчої діяльності є: створення освітнього середовища, творчої атмосфери навчального процесу. Не менш значущою умовою, що підвищує рівень готовності студентів до розвитку творчого мислення, є здійснення задачного підходу до організації пізнавального процесу.

Овчинникова М. В. Педагогічні умови розвитку творчого потенціалу майбутніх учителів математики у процесі науководослідницької діяльності при вивченні матеріалу геометричного спрямування. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://lib.mdpu.org.ua/nvsp/6/21.pdf>

У статті з позицій системного підходу розглянуто теоретичні основи поняття творчого потенціалу вчителя математики. Розглянуто умови, що впливають на розвиток творчого потенціалу вчителя в науково-дослідницькій діяльності, геометрична підготовка, здійснювана спеціальними методами, що дає можливість розкрити теоретичні здібності вчителя, створити основу для прояву і подальшого розвитку його професійного творчого потенціалу.

Онищенко І. В. Формування творчої компетентності майбутнього вчителя початкових класів у процесі професійної підготовки / І. В. Онищенко // Педагогіка вищ. та серед. шк.. - 2012. - Вип. 36. - С. 182-187.

Розглянуто поняття творчої компетентності у сучасному полікультурному просторі. Обґрунтовано теоретико-методологічні основи становлення та розвитку професійної творчої компетентності майбутнього вчителя. Розкрито

умови та шляхи формування творчої компетентності майбутнього вчителя початкових класів. Проаналізовано компоненти творчої компетентності: мотиваційний, когнітивний, діяльнісний, емоційно-вольовий. На конкретних прикладах творчих завдань, що ґрунтуються на наявних знаннях студентів з психолого-педагогічних дисциплін, максимально реалізують творчий потенціал студентів, активізують творчі уміння, розвивають дивергентне мислення, доведено їх ефективність у формуванні творчої компетентності майбутнього вчителя початкових класів.

Ососова Е. Г., Федорова Т. В. Организация творческой деятельности в математическом образовании старших дошкольников // Молодой ученый. — 2017. — №15.2. — С. 138-141.

В даній статті розкривається сутність творчої діяльності, її характерні особливості; обґрунтовується необхідність використання творчих завдань в організації освітньої діяльності дітей дошкільного віку; наведені приклади творчих завдань математичного змісту для старших дошкільнят (на основі класифікації А. Н. Ждан).

Павлюк Н. В. Особенности творческого мышления / Н. В. Павлюк // Вісн. Харк. ун-ту. Сер. Психологія. - 1999. - № 432. - С. 274-278.

Досліджено проблему мислення, яка вивчалась багатьма дослідниками ще з XVII ст. Теорії біхевіористів, гештальтпсихологів та ін. не вирішили повністю дану проблему, хоча завдяки першим у цю сферу психологічних досліджень увійшло практичне мислення, а завдяки іншим стали звертати увагу на моменти інтуїції і творчості у мисленні. Вважається, що першим проблему творчого мислення розв'язав Дж. Гілфорд. На його думку, творче мислення має такі особливості: оригінальність, нетривіальність, незвичайність висловлювання ідей та прагнення до інтелектуальної новизни.

Панченко В. *Розвиток творчого мислення молодших школярів на уроках математики* / В. Панченко // *Гуманітарний вісник ДВНЗ "Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди"*: збірник наукових праць / гол. ред. В. П. Коцур. - Ніжин (Чернігів. обл.): Лисенко М. М., 2015. - Вип. 36: Педагогіка. Психологія. Філософія. - С. 85-92.

Статтю присвячено темі розвитку в молодших школярів творчого мислення та виховання в них нестандартного й оригінального підходу до розв'язання завдань, що є актуальною проблемою сучасної освіти, адже навчання не повинно зводитися лише до запам'ятовування і відтворення прийомів дій, типових способів розв'язування завдань.

Педагогіка і психологія формування творчої особистості: проблеми і пошуки: Зб. наук. пр. Вип. 24 / ред.: Т. І. Сущенко; Ін-т педагогіки і психології проф. освіти Акад. пед. наук України, Запоріж. обл. ін-т післядиплом. пед. освіти. - К.; Запоріжжя, 2002. - 414 с.

Висвітлено методологічні аспекти творчого саморозвитку особистості. Викладено основи впровадження дистанційного навчання в післядипломну педагогічну освіту. Описано технологію моніторингу освіти на регіональному рівні. Розкрито взаємозв'язок емоційних та пізнавальних процесів у навчанні. Проаналізовано вплив діалогічності навчального змісту на формування творчого мислення учнів. Розглянуто психолого-педагогічні умови формування творчої особистості майбутнього вчителя, деякі аспекти технології самоорганізації діяльності викладача. Наведено психолого-педагогічні характеристики виховної діяльності педагога.

Петрук Н. К. *Комунікативні засади професійно-творчого розвитку особистості у процесі педагогічної діяльності* / Н. К. Петрук. // *Вісник Національної академії Державної прикордонної служби України*. - 2013. - Вип. 5. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vnadps_2013_5_22.

У статті досліджуються педагогічні засади процесу формування професійно-творчого розвитку особистості в педагогічній діяльності. Здатність до спілкування, до міжособистісної взаємодії в навчально-виховному процесі характеризуються з погляду потреби формування особистості, її самореалізації, розвитку її творчої природи, утвердження загальнолюдських цінностей та гуманістичної культури. Розкривається значення міжособистісного спілкування і діалогічної взаємодії у виборі підходів до різноманітних форм педагогічної діяльності.

Полякова І. В. Подолання бар'єрів розвитку креативності у процесі професійного навчання майбутніх учителів початкової школи / І. В. Полякова // Наука і освіта. - 2011. - № 4. - С. 317-320.

Проаналізовано зміст психологічного феномену "бар'єр". Виокремлено кілери (бар'єри) розвитку креативності, серед яких: нестача сну, страх, заборона мислення, брак часу, перфекціонізм, агресивність, неправильна техніка, помилкова реалізація. Наведено етапи творчого процесу: латентне незадоволення, з'ясування проблеми, організація креативного обговорення, пошук ідей, їх оцінка, визначення рішення, реалізація. Теоретично обгрунтовано зовнішні і внутрішні бар'єри, підкреслено ефективність індивідуальних і групових технологій у подоланні психологічних бар'єрів як дієвого інструменту соціально-психологічного впливу на особистість, забезпечення наявності зворотного зв'язку, емоційного переживання отриманих під час групової роботи нових даних про себе й інших. Визначено фактори їх подолання в процесі професійного навчання майбутніх учителів початкової школи. Визначено види креативних технік: інтуїтивні, дискурсивні, комбінований метод, що об'єднує інтуїтивні та дискурсивні елементи.

Самулевич Т. Є. Творче мислення як умова розвитку цілісної особистості в підлітковому віці / Т. Є. Самулевич // Вісник Харківського національного

університету імені В. Н. Каразіна. Серія: Психологія. - 2012. - № 1032, Вип. 50. - С. 74-76.

В даній статті викладено результати дослідження взаємозв'язку творчого мислення та особистісних характеристик у підлітковому віці в різних системах навчання. Встановлено зв'язки компонентів творчого мислення та характеристик особистості що само актуалізується та ціннісної сфери особистості. Показано, що творче мислення виступає одним з чинників розвитку цілісної особистості, сприяє розвитку як внутрішньої сторони особистості так і її зовнішньому прояву, поєднуючи внутрішній світ особистості й простір зовнішнього світу.

Сирцова О. В. Формування професійно-творчого потенціалу майбутнього вчителя початкових класів через педагогічну практику в школі / О. В. Сирцова // Наука і освіта. - 2012. - № 8. - С. 152-154.

Досліджено результативність проходження педагогічної практики майбутніми вчителями у процесі формування творчого потенціалу майбутніх вчителів. Проаналізовано результати апробації розроблених на кафедрі педагогіки РВНЗ "Кримський гуманітарний університет" спільно с кафедрою гуманітарних наук філії РВНЗ КГУ завдань для виконання у період педагогічної практики для студентів, що навчаються за ОКР "Бакалавр" напряму підготовки «Початкова освіта», в основі яких - формування творчого підходу до роботи. Розглянуто особливості проходження педагогічної практики на різних етапах навчання в інституті. Окреслено низку особистісних та професіональних якостей сучасного вчителя: дидактична та методична майстерність, розуміння вікових особливостей учнів, сучасне науково-педагогічне мислення, творчий розвиток, готовність до постійної самоосвіти.

Скворцова С. О. Розвиток творчого мислення учнів засобом розв'язування сюжетних математичних задач.- Педагогічні науки: теорія,

історія, інноваційні технології // Науковий журнал. – №1 (11). – 2011. – С.210-217.

У статті охарактеризовано методику навчання учнів розв'язування задач на знаходження середньої величини в якій реалізовано мету розвитку творчого мислення школярів. Наступним кроком має бути складання системи навчальних завдань із узагальнення математичної структури та способу розв'язування прямих та обернених задач на знаходження середньої величини.

Сметаніна Л. В. *Алгоритмічна діяльність майбутнього вчителя як чинник педагогічної творчості / Л. В. Сметаніна // Наука і освіта. - 2007. - № 3. - С. 106-110.*

Висвітлено проблему сучасної підготовки майбутніх вчителів. Сформульовано визначення алгоритмічної діяльності майбутнього вчителя. Розглянуто рівні її розвитку. Розкрито роль алгоритмічної діяльності у процесі формування педагогічної творчості.

Тарасова О. *Творче мислення фахівця як передумова розвитку його професійної мобільності / О. Тарасова // Обрії. - 2015. - № 2. - С. 27-29.*

У статті представлено теоретичний огляд та аналіз наукової літератури з проблеми розвитку творчого мислення в сучасній психології.

Цибух Л. М. *Багатоваріантність розв'язання математичних завдань як фактор розвитку творчого та логічного мислення / Л. М. Цибух, Д. Ф. Цибух // Наука і освіта. - 2012. - № 9. - С. 222-226.*

Розглянуто вплив розв'язання багатоваріантних математичних задач на рівень розвитку логічного та творчого мислення учнів V класів. Узагальнено результати дослідження, наведено приклади таких задач та проаналізовано рівні розвитку наглядної, логічної форм мислення та стилі мислення в учнів V класів, а саме: в певній кількості учнів переважає логічна форма мислення,

абстрактно-логічний стиль мислення; у меншій кількості – логічна форма мислення та конкретно-ситуаційний стиль мовлення. Підтверджено гіпотезу автора щодо позитивного впливу розв'язання багатоваріантних задач на уроках математики на логічне та творче мислення.

Чашечникова О. С. Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики: монографія / О. С. Чашечникова. – Суми: Видавництво ПП Вінниченко М. Д., ФОП Литовченко Є. Б., 2011. -412 с.

У монографії наголошується про те, що головна мета роботи викладачів на першому курсі – включення студентів у інноваційний процес творчого пошуку. Вченою введена система характеристик творчого мислення, які можна діагностувати та розвивати в процесі навчання математики: нестандартність, нешаблонність мислення (характеризує відкритість та спроможність до творчості); дивергентність мислення (характеризує діапазон творчості); евристичність мислення (характеризує специфіку проходження творчого процесу); ефективність мислення (характеризує результативність творчої діяльності); інтелектуальна активність (наявність у суб'єкта рушійних сил творчості)

Чашечнікова О. С. Формування конкурентоспроможної особи у процесі навчання математики / О. С. Чашечнікова, Л. Г. Чашечнікова // Дидактика математики: проблеми і дослідж.: зб. наук. пр. - 2013. - Вип. 40. - С. 60-65.

Розглянуто проблему формування рис конкурентоспроможної особи через розвиток творчого та критичного мислення у процесі навчання математики. Особливу увагу приділено можливостям навчання тригонометрії з метою як ефективного, ґрунтовного навчання математики, так і з точки зору впливу на інтелектуальний розвиток учнів, формування їхнього творчого мислення.

Чашечникова О. С. *Концептуальні засади формування і розвитку творчого мислення школярів в ході навчання математики / О. С. Чашечникова // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2013, № 2 (28). – С. 141 – 152.*

Розглянуто теоретико-методичну проблему формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики. Описано створену концептуальну модель формування та розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики, яка включає взаємопов'язані методичну систему навчання математики, спрямовану на формування якісної інтелектуальної бази школярів з предмета, та систему створення творчого середовища у процесі навчання математики. Розглянуто питання необхідності усвідомлення вчителем математики мети і відповідних завдань, прийняття їх, організація навчального процесу з орієнтацією на розумовий розвиток школярів, на формування та розвиток їх творчого мислення.

Чорноус В. *Креативне мислення у творчих пошуках особистості: літературний огляд / В. Чорноус // Нова пед. думка. - 2014. - № 1. - С. 38-41.*

Розглянуто основні підходи до проблеми креативного мислення у вітчизняній та зарубіжній науці. Проаналізовано основні поняття креативності: природа виникнення, її структурні компоненти, фактори впливу, взаємозв'язок з інтелектом та іншими властивостями людини. Вказано основні шляхи та засоби розвитку креативності у творчих пошуках особистості, визначено сутність понять «креативне мислення» та «творче мислення». Шляхом аналізу праць зарубіжних науковців вивчено та діагностовано креативність в особистісному (вплив на креативність особистісних рис) та пізнавальному (дія на креативність інтелектуальних пізнавальних особистостей) напрямках. Креативність представлено як характерну ознаку творчої особистості, спроможної реалізувати свій творчий потенціал з власної ініціативи з

вибором відповідних засобів. Зроблено висновок, що креативність слід розглядати як підґрунтя творчої активності людини, необхідне для самоактуалізації та творчої самореалізації особистості у різних видах життєдіяльності.

Шахіна І. Ю. Креативність як складова особистості вчителя / І. Ю. Шахіна // Наук. зап. Вінниц. держ. пед. ун-ту ім. М. Коцюбинського. Сер. Педагогіка і психологія: зб. наук. пр. - 2008. - Вип. 22. - С. 185-189.

Висвітлено поняття креативності в контексті пізнавальної діяльності студентів - майбутніх педагогів. Виділено параметри дивергентного мислення, визначено загальні підходи, запропоновано прийоми стимулювання творчого мислення студента (інформаційні обмеження, раптові заборони, вимоги до пошуку нових варіантів розв'язання). Проаналізовано співвідношення інтелекту та креативності. Виокремлено три рівні розвитку творчої особистості.

Швед М. Розвиток творчого мислення як важлива складова формування творчої особистості / М.Швед, М.Довгань // ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ: Серія педагогічна 2008. Вип 23. С. 31–37.

Розглянуто теоретичні підходи до розуміння поняття «творчого мислення», виявлено його особливості, розкрито співвідношення різних типів мислення, створено графову модель творчого мислення. Акцентовано на значенні розвитку творчого мислення для процесу формування творчої особистості.

Шевчук І. В. Прийоми активізації творчого мислення учнів початкових класів на уроках математики. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://library.udpu.edu.ua/library_files/psuh_pedagog_prob_l_silsk_shkolu/8/visnuk_16.pdf.

Автор зосереджує увагу вчителів початкових класів на нерозкритих творчих можливостях текстових задач. Наводить різні види творчої роботи над задачами: складання обернених задач; розв'язування задач різними способами; складання задач за заданими запитаннями; складання задач за даним розв'язком; складання задач за числовим виразом; складання задач за схематичним виразом; виділення простих задач із складеної; складання задач за малюнком; складання задач за скороченим записом умови; складання схем до задач (аналітична; синтетична); складання задач за граф-схемами; робота з нестандартними задачами; зміна числових даних у задачі; зміна запитання; складання задачі; аналогічної даній; розв'язування задач з логічним навантаженням; перетворення одного типу задач в інший; складання задач на вказану дію.

Шевчук І. В. Творчі підходи до вивчення математики в початкових класах / І. В. Шевчук // Наука і освіта. - 2011. - № 4. - С. 478-482.

Висвітлено актуальність проблеми розвитку творчого мислення учнів початкових класів засобами математики на різних етапах уроку. Зроблено спробу розробити методичну систему завдань, які стануть основою для розвитку творчого мислення учнів початкових класів у процесі вивчення математики. Наведено різні види творчої роботи над текстовими задачами, зроблено компаративний аналіз творчого розв'язування задач та формального; обгрунтовано доцільність зосередження уваги дітей на схованих залежностях. Констатовано позитивний вплив граф-схем під час розв'язування задач на узагальнений спосіб їх розв'язування, на встановлення зв'язків, що існують між даними та невідомими величинами, формування у дітей алгоритмічної культури. Визначено правила реалізації творчої діяльності учнів.

Список використаних джерел

1. Guilford J. P. Intellectual Factors in Productive Thinking. – In.: «Explorations in Creativity». N. Y., 1967.
2. Guilford J. P. Measurement of Creativity. – In.: «Explorations in Creativity». N. Y., 1967.
3. Guilford J. P. New frontiers of testing in the discovery and development of human talent / J. P. Guilford // Seventh Annual Western Regional Conference on Testing Problems. – Los Angeles, 1958.
4. Taylor C.W. Cultivating multiple creative talents in students // Journal for the Education of the Gifted. – 1985. – Vol. 8. – P. 187-198.
5. Torrance E. P. The Search for Satori and Creativity. – Buffalo N.Y.: Creative Education Foundation, 1979.
6. Акімова О. В. Психологічні теорії творчості й творчого мислення / О. В. Акімова, О. Б. Наливайко // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Педагогіка і психологія. - 2013. - Вип. 39. - С. 7-11.
7. Акімова О. В. Формування творчого мислення майбутнього вчителя у процесі вирішення педагогічних задач / О. В. Акімова // Педагогічна освіта: теорія і практика. Психологія. Педагогіка. - 2016. - № 26. - С. 41-46.
8. Акімова О. В, Волошина О.В. Деякі питання співвідношення категорій творчості й мислення / О. В. Акімова, О. В. Волошина // Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: педагогіка і психологія, випуск 45.- 2016.- С. 14- 18.
9. Акімова О. В. Теоретико-методичні засади формування творчого мислення майбутнього вчителя в умовах університетської освіти: монографія / О. В. Акімова. - Вінниця: Вид. Балюк І.Б., 2007. - 351 с.
10. Андреев В. И. Основы педагогики творчества / В. И. Андреев. –3-е изд. - Казань: Центр інноваційних технологій, 2012. - 608 с.

11. Андреев В. И. Педагогична евристика для творчого саморозвитку багатовимірного мислення і мудрості: монографія / В.І. Андреев. Казань: Центр інноваційних технологій, 2015. - 288 с.
12. Бабій М. Ф. Навчання як засіб розвитку креативності у початковій школі / М. Ф. Бабій // Психологічні перспективи. - 2013. - Вип. 21. - С. 3-10. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ppst_2013_21_3
13. Бароян О. В. и Рвачев Л. А. Математика и эпидемиология. М., «Знание», 1977. – 64 с.
14. Бевз Г. П. Поетика математики. – Х.: Вид. група «Основа», 2016. – 126с.
15. Берман В. П. Види творчих завдань при навчанні математики у середній школі / В. Берман, Т. Левадна // Нова пед. думка. - 2011. - № 2. - С. 135-139.
16. Берман В. П., Левадна Т. В. До питання про методологічні основи формування дивергентного мислення майбутніх вчителів математики. – [електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ite.kspu.edu/ru/node/55>
17. Бехтерев В. М. Творчество с точки зрения рефлексологии. В кн.: С. О. Грузенберг. Гений и творчество. Л., 1924.
18. Благодар Л. А. Задачі як засіб розвитку творчого мислення учнів на уроках математики. - II Міжнародна науково-методична конференція «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу» «ІТМ*плюс – 2015». - Суми: ВВП «Мрія». – С. 16 – 17.
19. Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей / Д. Б. Богоявленская. – Учеб. Пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 320 с.
20. Бондар Л. В. О. Сухомлинський про розвиток творчих здібностей учнів початкової школи / Л. Бондар // Рідна шк.. - 2013. - № 8/9. - С. 25-28.

21. Буланкина Н. Е. Резервные возможности педагогического творчества учителя в становлении личностного пространства ученика.- Новосибирск.: Из-во НИПК и ПРО, 2000. – 34 с
22. Вайновська М. К. Формування творчої особистості підлітка у навчально-виховному процесі: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.07 / М. К. Вайновська ; Херсон. держ. ун-т. — Херсон, 2004. — 20 с.
23. Васіна Л. С. Прикладне математичне забезпечення професійної підготовки фахівців в умовах ступеневої освіти / Л. С. Васіна // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, досвід, проблеми: зб. наук. праць. – К.–Вінниця: ДОВ Вінниця, 2004. – Вип. 6. – С. 183–188.
24. Вдовенко В. В. Використання дивергентних задач на уроках математики як необхідна умова розвитку творчої особистості учня / В.В. Вдовенко // Актуальні питання природничо-математичної освіти. – Суми, 2013. – Вип.1. – С. 69 – 73.
25. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика. Издательство «Наука», - Москва, 1975.- 204 с.
26. Винар В. П. Розвиток творчих здібностей майбутніх вчителів початкової школи під час вивчення математики / В. П. Винар // Нова пед. думка. - 2008. - № 1. - С. 59-62.
27. Винар В. П. Формування творчого мислення майбутніх вчителів початкової школи як передумова розвитку творчого потенціалу особистості / В. П. Винар // Оновлення змісту, форм та методів навчання і виховання в закл. освіти: зб. наук. пр. - 2008. - Вип. 40. - С. 103-105.
28. Вишнякова Н.Ф. Креативная психопедагогика. Монография. Ч.1. –Минск, 1996. – 240 с.
29. Вікіпедія – [Електронний ресурс]: Режим доступу : https://uk.wikipedia.org/wiki/Головна_сторінка

30. Власов В. Большой энциклопедический словарь изобразительного искусства. Изд. «ЛИТА». С.Пб., 2000.
31. Воевода А. Л. Зацікавити математикою: Методичні матеріали для підвищення інтересу до математики на уроках в школі. – Вінниця, СамІздат, 2010. – 176 с.
32. Волобуєва Т. Б. Развитие творческой компетентности школьников / Т. Б. Волобуева. – Х.: Основа, 2005. – 109 с.
33. Волошинов А. В. Математика и искусство. М.: Просвещение 2000.
34. Гашаров Н. Г. Дивергентные задачи в начальном курсе математики / Н. Г. Гашаров, Б. С. Касумова. - Махачкала: Даггоспедуниверситет, 2010. - 156 с.
35. Гашаров Н. Г. Дивергентные задачи - средство развития творческого мышления младших школьников [Текст] / Н. Г. Гашаров, Х. М. Махмудов // Начальная школа. - 2014. - № 2. -68 с.
36. Гашаров Н. Г. Дивергентные задачи – средство развития творческого мышления младших школьников / Н.Г. Гашаров, Х.М. Махмудов // Начальная школа. – 2014. – № 2. – С.29 – 33.
37. Гергель Є. Л. Креативність як проблема творчості // Вісник Харківського університету. – Харків, 1999. – № 460. – С. 29-33.
38. Гергель Є. Л. Сучасний стан вивчення проблеми креативності в зарубіжній та вітчизняній психології // Вісник Харківського університету. –Харків, 2001. – № 517. – С. 26-31.
39. Головачук Н. Теоретико-педагогічні засади розвитку творчого мислення майбутніх педагогів / Н. Головачук // Молодь і ринок. - 2010. - № 10. - С. 122-126.
40. Грабовецький Б. Є. Економічне прогнозування і планування: навч. посіб. / Б. Є. Грабовецький. – К.: Центр навч. л-ри, 2003. – 188 с.
41. Гриненко І. В. Педагогічні умови розвитку креативності майбутніх учителів гуманітарного профілю у процесі фахової підготовки: автореф.

- дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / І.В. Гриненко ; Терноп. нац. пед. ун-т ім. В.Гнатюка. — Т., 2008. — 20 с.
42. Грицик Т. А. Розвиваємо творче мислення учнів на уроках математики / Т. А. Грицик // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. - 2012. - Вип. 33. - С. 84-88.
43. Дерипаско Г. «Розвиток творчого мислення» / Галина Дерипаско. - Видво:Торсінг плюс, Серія книг: Дошкільнятко. – 2016. – 16 с.
44. Дмитрієва С.М., Гаврилова Н.В. Методи дослідження творчих здібностей школярів: Посібник-практикум. – Житомир, 2002. - 40 с.
45. Дружинин В.Н. Психология творчества // Психологический журнал. — Т. 26, №5. — 2005. — С. 101-109.
46. Дубасенюк О. А. Креативний підхід до професійно-педагогічної підготовки майбутніх учителів / О. А. Дубасенюк // Креативна педагогіка. – 2011. – № 4. – С. 23-28.
47. Дунаєва О. М. Формування педагогічної креативності майбутніх учителів у процесі професійної підготовки: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / О.М. Дунаєва ; Вінниц. держ. пед. ун-т ім. М.Коцюбинського. — Вінниця, 2008. — 20 с.
48. Дунаєва О.М. Педагогічно-креативне середовище як підґрунтя для створення педагогічних умов формування педагогічної креативності майбутніх учителів // Харківський національний університет імені В.М. Каразіна Випуск XVII. – Харків.: Видавництво «Основа» ХНУ, 2006. – С. 268-276.
49. Дункер К. Психология продуктивного (творческого) мышления // Психология мышления / Под ред. А. М. Матюшкина: Пер. с нем. и англ. — М.: Прогресс, 1965. — С. 86 – 234;
50. Ерємин В. В. Математика в химии. — 2-е изд., испр. — М.: МЦНМО, 2016. - 64 с.

51. Жигайло О., Гайда С. Формування креативного мислення учнів початкових класів на уроках математики. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://drohobych.net/youngsc/AQGS/2013_5/pedagogy/183-189.pdf
52. Загвязинский В.И. Педагогическое творчество учителя. - М., 1987.-160 с.
53. Заика Е. В. Игровой тренинг визуальной когнитивной стратегии как способ развития интеллекта и творческих способностей учащихся / Е. В. Заика, И. А. Зуев // Наука і освіта. - 2007. - № 4/5. - С. 66-69.
54. Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень / За ред. В. О. Моляко, О. Л. Музики. – Житомир: Вид-во Рута, 2006. – 320 с.
55. Иконников А.В. Художественный язык архитектуры. М.: Стройиздат 1992.
56. Калашніков І. В. Розвиток творчої діяльності учнів у процесі вивчення функцій в основній школі: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / І. В. Калашніков; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. - К., 2003. - 19 с.
57. Кан-Калик В.А., Никандров Н.Д. Педагогическое творчество. / В. А. Кан-Калик, Н.Д. Никандров. – М.: Педагогика, 1990. – 144 с.
58. Касумова Банати Солт-Ахмедовна. Дивергентные математические задачи как средство развития креативности мышления у младших школьников: диссертация. .. кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Касумова Банати Солт-Ахмедовна; [Место защиты: Астрахан. гос. ун-т].- Махачкала, 2010.- 147 с.
59. Кічук Н. В. Формування творчої особистості вчителя в процесі вузівської професійної підготовки: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра пед. наук: спец. 13.00.01 “Теорія та історія педагогіки” / Н.В. Кічук. – Київ, 1993. – 31 с.
60. Клеон О. Кради как художник. 10 уроков творческого самовыражения. / Остин Клеон М.: ; Манн Иванов и Фербер; Эксмо, 2012. – 224 с.
61. Клепіков О. І. Основи творчої особистості / О. І. Клепіков, І. Т. Кучерявий. – К.: Вища школа, 1996. – 295 с

62. Клименко В. В. Психологія творчості: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.В.Клименко. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 479 с.
63. Колесник Є. А. Розвиток творчого мислення майбутнього вчителя математики у процесі розв'язування задач різними способами / Є. А. Колесник // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2013, № 2 (28). – С. 241 – 247.
64. Колесник Є. А. Фактори, що впливають на розвиток творчого мислення майбутнього вчителя математики у процесі навчання елементарної математики / Є. А. Колесник // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, IV (49), Issue: 103, 2016. – с. 38 – 41.
65. Конфорович А. Г. Математика служит человеку. – К.: Рад. Шк., 1984. – 192 с.
66. Кореновська О. Г. Логіка і розвиток творчих здібностей учнів / О. Г. Кореновська // Наша шк.. - 2009. - № 6. - С. 87-89.
67. Корчак Т. Розвиток творчих здібностей учнів на уроках математики / Т. Корчак // Дир. шк., ліцею, гімназії. - 2013. - № 3. - С. 79-82.
68. Костюкова Т. Аналогія як метод формування у студентів продуктивно-творчого мислення / Т. Костюкова, В. Сівак // Нова пед. думка. - 2013. - № 1. - С. 277-280.
69. Кучерявий О. Г. Педагогіка і психологія дитячої творчості (аспект самоформування вмінь організовувати творчість дітей). — К.: Вища шк., 1998. - 155 с.
70. Кушнір В. Педагогічні умови формування творчих умінь математично обдарованих учнів / В. Кушнір, Г. Кушнір, Н. Рожкова // Рідна шк.. - 2010. - № 11. - С. 17-22.
71. Куц О. С. Психологічні умови розвитку творчого мислення старшокласників засобами рольових ігор: автореф. дис.. .. канд. психол. наук: 19.00.07 / О. С. Куц ; НАПН України, Ін-т психології ім. Г.С. Костюка. — К., 2011. — 20 с.

72. Кэмерон Д. Золотая жила - Гаятри/Livebook. -2013. – 312 с.
73. Леви М. Гениальность на заказ / Марк Леви; пер. с англ. Олега Мацака. – М.: Манн Иванов и Фербер; Эксмо, 2013. – 224 с.
74. Левинсон-Лессинг Ф. Ю. Роль фантазии в научном творчестве. – В кн.: Творчество, 1923.
75. Левченко І. Розвиток творчого мислення учнів на уроках математики / І. Левченко // Наукові та методичні засади математичної освіти. - Фізико-математична освіта (ФМО) № 1(8),- 2016, С. 20-22.
76. Линдсей Г., Халл К., Томпсон Р. Творческое и критическое мышление. Под редакцией В.В. Петухова. / Г. Линдсей, К.Халл, Р.Томпсон – М.: Изд-во МГУ, 1981.
77. Лісневська О. С. Інтеграція уроків математики та трудового навчання як засіб розвитку творчого мислення та просторової уяви молодших школярів – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://eprints.zu.edu.ua/1570/1/07losums.pdf>
78. Ломако Л. І. Система засобів і способів формування творчого мислення майбутніх вчителів у процесі оцінної діяльності / Л. І. Ломако // Дидактика математики: пробл. і дослідж.: зб. наук. пр. - 2001. - Вип. 16. - С. 41-46.
79. Лоюк О. В. Розвиток творчого мислення учнів у навчально-виховному процесі початкової школи: автореф. дис.. .. канд. пед. наук: 13.00.07 / О. В. Лоюк; Уман. держ. пед. ун-т ім. П. Тичини. - Умань, 2015. - 20 с.
80. Лоюк О. В. Творче мислення молодшого школяра: сутність, структура, особливості прояву / О. В. Лоюк // Молодий вчений. - 2015. - № 5(3). - С. 123-126.
81. Ляшенко О. І. Методи творчого підходу і стратегічні тенденції в процесі розв'язування задач / О. І. Ляшенко, Р. І. Швай // Педагогіка і психологія. - 2012. - № 4. - С. 5-10.

82. Маланюк Н. М. Розвиток творчих математичних здібностей учнів ліцею засобами інформаційних технологій [Текст]: автореф. дис. на здоб. наук. ступ. канд. пед. наук: 13.00.09 - теорія навчання / Н. М. Маланюк ; Тернопільський нац. пед. ун-т ім. В. Гнатюка. – Тернопіль, 2014. – 19 с.
83. Малыхин В. И. Математика в экономике / В. И. Малыхин. — М.: ИНФРА-М, 2000. — 356 с.
84. Математическое образование сегодня. Сборник. Составители Б. В. Гнеденко и В. А. Титов. М., «Знание», 1974. –62 с
85. Матюшкин А. М. Концепция творческой одаренности // Вопр. психол. 1989. – № 6. — С. 29 – 33;
86. Матяш О. І. Формування творчих якостей майбутнього вчителя математики у процесі методичної підготовки / О. І. Матяш, Л. О. Палій // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. Зб. наук. праць.- Вип. 22. Київ-Вінниця, 2009. – С. 393 – 397.
87. Матяш О.І. Актуальні питання вдосконалення методичної підготовки майбутнього вчителя математики // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики», 11–13 травня 2017 р., Київ, Україна - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2017. – С. 53-57.
88. Матяш О.І. Засоби формування готовності та здатності майбутніх учителів до професійного саморозвитку/ О. І. Матяш, Н. Ю. Шустова // EUROPEAN HUMANITIES STUDIES: State and Society/ EUROPEJSKIE STUDIA HUMANISTYCZNE: Państwo i Społeczeństwo, III. – Poland, 2016. – P. 232-247.
89. Матяш О.І. Прийоми формування креативних якостей майбутніх фахівців / О. І. Матяш, Т. А. Волкодав // Щомісячний міжнародний науковий журнал «Austria-science». – 2017. №3. – С. 21-25.

90. Матяш О.І. Удосконалення професійної підготовки вчителя математики в умовах компетентнісного підходу / О. І. Матяш // Международный научный журнал Acta Universitatis Pontica Euxinus.- Спеціальний випуск. – Варна, 2015. – С. 241-246.
91. Матяш О.І. Формування добірок задач-перлинок у навчанні учнів стереометрії // Методичний пошук вчителя математики: збірник наукових праць за матеріалами I Всеукраїнської дистанційної науково-практичної конференції, м. Вінниця, 16 березня 2017 р. – Вінниця: Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, 2017. – С.199-201.
92. Матяш О. І. Евристичний метод навчання в процесі повторення, систематизації та узагальнення курсу планіметрії / О. І. Матяш, К. В. Копняк // Фізика та математика: зб. наук. пр.– Вип. 1.– Вінниця, 2002. – С 79–87.
93. Матяш О. І. Екскурси в історію математики та фізики з метою здійснення міжпредметних зв'язків / О. І. Матяш, М. М. Бараболя. – Вінниця: ВДПУ, 2004. – 112 с.
94. Матяш О. І. Модель професійно-творчого розвитку майбутнього фахівця / О. І. Матяш, О. А. Стахова // Педагогіка вищої та середньої школи:зб. наук. праць. – Вип. 32. – Кривий Ріг, 2011. – С. 249–255.
95. Матяш О. І. Освітнє середовище навчального закладу – основа формування і розвитку професійної культури майбутнього педагога / О. І. Матяш // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер. : Педагогіка і психологія : Зб.статей.– Вип.17. – Ялта: РВВКГУ, 2008. – Ч.1.
96. Матяш О. І. Підвищення методичної компетентності вчителя математики як передумова підвищення якості шкільної математичної освіти / О. І. Матяш // Проблеми математичної освіти» (ПМО-2010) : матеріали Міжнар. наук.-метод. конф. / Черкаський нац. ун-т ім. Б.Хмельницького. – Черкаси, 2013. – С. 85–86.

97. Матяш О. І. Поняття та структура геометричної культури майбутнього вчителя математики / О. І. Матяш // Актуальні питання природничо-математичної освіти : зб. наук. пр. – Суми, 2014.– №4.– С.51-58.
98. Матяш О. І. Психолого-педагогічні аспекти формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики / О. І. Матяш // «ІТМ*плюс – 2015»: матеріали Всеукр. наук.-метод. конф. з міжнар. участю: у 3 т.– Суми: ВВП «Мрія» ТОВ, 2015. – С. 51-53.
99. Матяш О. І. Психолого-педагогічні основи формування професійної компетентності майбутнього педагога / О.І.Матяш, Л.Ф.Михайленко // Наукові записки. Ред.кол.: В.В.Радул, С.П.Величко та ін. – Випуск 141. Частина I. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2015. – С.132-136.
100. Матяш О. І. Розвиваючі функції задач на побудову в шкільному курсі геометрії / О. І. Матяш, І. В. Анастїна // Наукові записки ВДПУ ім. М. Коцюбинського. Серія : Фізика та математика.Зб. наук. пр. – Вінниця, 2002. –Вип. 1. – С. 130–132.
101. Матяш О. І. Сучасні проблеми формування методичних компетентностей майбутнього вчителя математики / О. І. Матяш // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики : матеріали Міжнар. наук.-практ. конф. (Вінниця, 26–27 листопада 2015 р.) – Вінниця, 2015. – С.158–160.
102. Матяш О. І. Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії : монографія / О. І. Матяш; наук. ред. д.пед.н., проф. О. І. Скафа. – Вінниця : ФОП Легкун В. М., 2013. – 450 с.
103. Матяш О. І. Узагальнення способу розв’язування задач як одна з форм евристичного методу навчання планіметрії / О. І. Матяш, К. В. Копняк // Сучасні проблеми фізики та математики: Зб. наук. пр.– Вип. 8. – Вінниця : ДОВ Вінниця, 2003. – С. 72–77.
104. Микалко М. Игры для разума / Микалко Майкл: Питер. – 2007. – 448 с.

105. Милушева-Бойкина Д. В. Развитие творческого мышления учащихся при обучении математике / Д. В. Милушева-Бойкина, Р. П. Маврова // Вісн. Черкас. ун-ту. Сер. Пед. науки. - 2009. - Вип. 155. - С. 63-68.
106. Міщина Л.П. Психологія творчості. Навчальний посібник. - Івано-Франківськ: Гостинець, 2007. -448 с.
107. Мойсеєнко Л. А. Прояви інтуїції в процесі розуміння творчих математичних задач // Актуальні проблеми психології: проблеми психології творчості та обдарованості. – К. – 2008. – Т.12. – Випуск 3. – С. 150-159.
108. Мойсеєнко Л. А. Психологічні аспекти активізації та оптимізації творчого математичного мислення студентів // Творча діяльність в ускладнених умовах / В.О.Моляко, А.Б.Коваленко, Л.А.Мойсеєнко, В.А. Семиченко та інші. За загальною редакцією В.О. Моляко / Науково-методичний посібник. – К., 2007. – С. 188-204.
109. Мойсеєнко Л. А. Психологія творчого математичного мислення студентів: Автореф. дис... д-ра психол. наук: 19.00.01 / Л.А. Мойсеєнко ; Ін-т психології ім. Г.С.Костюка АПН України. — К., 2005. — 37 с.
110. Моляко В. О. Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень: монографія / В. О. Моляко, О. Л. Музика // [за ред. В. О. Моляко, О. Л. Музики]. — Житомир: Рута, 2006. — 320 с. І.Франка. — Житомир, 2010. — 20 с.
111. Морозов А. В. Формирование креативности преподавателя высшей школы в системе непрерывного образования: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.08 / Морозов А. В. – М., 2004. – 445 с.
112. Морозов А.В., Чернилевский Д.В. Креативная педагогика и психология: Учебное пособие / А. В. Морозов, Д. В. Чернилевский. – М.: Академический Проект, 2004. –560 с.
113. Музиченко С. В. Конструктивні задачі як засіб розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання алгебри [Текст]: Автореферат

- диссертации на соискание ученой степени канд. пед. наук: 13.00.02 - теорія та методика навчання математики / С. В. Музиченко ; Національний педагогічний університет імені М.П.Драгоманова (Київ). - : НПУ ім. М.Драгоманова(Київ), 2005. - 20 с.
114. Нестеренко А. В. Оптимальні умови підготовки майбутніх учителів до розвитку творчого мислення у молодших школярів на уроках математики. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://elibrary.kubg.edu.ua/4397/1/Нестеренко А стаття.docx>
115. Овчинникова М. В. Педагогічні умови розвитку творчого потенціалу майбутніх учителів математики у процесі науководслідницької діяльності при вивченні матеріалу геометричного спрямування. – [Електронний ресурс]. – Режим досупу: <http://lib.mdpu.org.ua/nvsp/6/21.pdf>
116. Онищенко І. В. Формування творчої компетентності майбутнього вчителя початкових класів у процесі професійної підготовки / І. В. Онищенко // Педагогіка вищ. та серед. шк.. - 2012. - Вип. 36. - С. 182-187.
117. Ососова Е. Г., Федорова Т. В. Организация творческой деятельности в математическом образовании старших дошкольников // Молодой ученый. — 2017. — №15.2. — С. 138-141.
118. Павлюк Н. В. Особенности творческого мышления / Н. В. Павлюк // Вісн. Харк. ун-ту. Сер. Психологія. - 1999. - № 432. - С. 274-278.
119. Панченко В. Розвиток творчого мислення молодших школярів на уроках математики / В. Панченко // Гуманітарний вісник ДВНЗ "Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди": збірник наукових праць / гол. ред. В. П. Коцур. - Ніжин (Чернігів. обл.): Лисенко М. М., 2015. - Вип. 36: Педагогіка. Психологія. Філософія. - С. 85-92.
120. Педагогіка і психологія формування творчої особистості: проблеми і пошуки: Зб. наук. пр. Вип. 24 / ред.: Т. І. Сущенко; Ін-т педагогіки і

- психології проф. освіти Акад. пед. наук України, Запоріз. обл. ін-т післядиплом. пед. освіти. - К.; Запоріжжя, 2002. - 414 с.
121. Петрук Н. К. Комунікативні засади професійно-творчого розвитку особистості у процесі педагогічної діяльності / Н. К. Петрук. // Вісник Національної академії Державної прикордонної служби України. - 2013. - Вип. 5. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vnadps_2013_5_22.
122. Подготовка студентов к профессиональнопедагогическому творчеству / Шевченко П. И, Красовский Б. Д., Дмитрик И. С. – К: Наукова думка, 1992. – С. 24 – 53.
123. Полякова І. В. Подолання бар'єрів розвитку креативності у процесі професійного навчання майбутніх учителів початкової школи / І. В. Полякова // Наука і освіта. - 2011. - № 4. - С. 317-320.
124. Пономарев Я. А. психология творчества и педагогика. М., «Педагогика», 1976. – 280 с.
125. Поташник М. М. Педагогическое творчество: проблемы развития и опыт: Пособие для учителя. / М.М. Поташник. – К.: Рад. шк., 1988. – 187 с.
126. Прикладные задачи математики в строительстве. Методические указания и контрольные задания для студентов всех форм обучения. Нижний Новгород, издание ННГАСУ, 2009г.
127. Про математику і математиків. Висловлювання видатних діячів минулого і сучасного/ Упор. Е. М. Кіро, А. С. Зоря. – К.: Рад. школа, 1981.
128. Психодіагностика креативної особистості (практичний посібник) -2012 р.- 27 с.
129. Пуанкаре А. Математическое творчество. СПб., 1909.
130. Пуанкаре А. Наука и метод. СПб., 1910.
131. Ратковски Н. Професія – ілюстратор. Вчимося мислити творчо. – Манн. Іванов і Фербер. – 2016. – 328 с.

132. Рахимов А.З. Психодидактика творчества: Учеб. пособие: [Для студентов педвузов, психологов и педагогов] / А.З. Рахимов. - 2. изд., доп. - Уфа, 2002. – 282 с.
133. Рибалка В. В. Психологія розвитку творчої особистості: навч. посібник /В. В.Рибалка. - К.: ІЗМН, 1996. - 236 с.
134. Развитие творческих способностей детей: Метод. рек. / За ред. Л. В. Карпенко. — Суми: Університетська книга, 2000. — 54 с.
135. Роменець В. А. Психологія творчості.. — К: Либідь, 2001. — 288с.;
136. Рубінштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования. М., Изд-во АН ССР, 1958.
137. Рубінштейн С. Л. Основы общей психологии. М., 1946.
138. Рубінштейн С. Л. Основы психологии. М., 1935.
139. Самулевич Т. Є. Творче мислення як умова розвитку цілісної особистості в підлітковому віці / Т. Є. Самулевич // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія: Психологія. - 2012. - № 1032, Вип. 50. - С. 74-76.
140. Сидоренко Т. Творчість у діяльності вчителя // Рідна школа - 2001.-№5.- С.55-57.
141. Сирцова О. В. Формування професійно-творчого потенціалу майбутнього вчителя початкових класів через педагогічну практику в школі / О. В. Сирцова // Наука і освіта. - 2012. - № 8. - С. 152-154.
142. Сисоєва С.О. Основи педагогічної творчості: Підручник. – К.: Мілені, ум, 2006. – 344 с.
143. Скалич Л. Й. Діагностика та формування творчого математичного мислення молодших школярів: Автореф. дис... канд. психол. наук / Л. Й. Скалич; Ін-т психології ім. Г.С.Костюка АПН України. - К., 2007. - 21 с.
144. Скворцова С. О. Розвиток творчого мислення учнів засобом розв'язування сюжетних математичних задач.- Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології // Науковий журнал. – №1 (11). – 2011. – С.210-217.

145. Сластенин В. А. Творческий стиль педагогической деятельности. Материалы межрегиональной научно-практической конференции «Развитие личности как стратегия гуманизации образования».- Ставрополь, 2002.
146. Смалько О. А. Розвиток творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням інформаційних технологій навчання: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / О.А. Смалько ; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. — К., 2003. — 20 с.
147. Сметаніна Л. В. Алгоритмічна діяльність майбутнього вчителя як чинник педагогічної творчості / Л. В. Сметаніна // Наука і освіта. - 2007. - № 3. - С. 106-110.
148. Степанов С. Ю. Принципы рефлексивной психологии педагогического творчества / С. Ю. Степанов, Г. Ф. Похмелкина, Т. Ю. Колошина, Т. В. Фролова // Вопросы психологии. – 1991. – №5. – С. 5-14.
149. Стернберг Р. (США), Григоренко Е. Учись думать творчески! Двенадцать теоретически обоснованных стратегий обучения творческому мышлению // Сб. научных трудов Основные современные концепции творчества и одаренности/ Под ред. Д.Б. Богоявленской. – М.: Издательство Молодая гвардия. 1997.- С. 186-213.
150. Тарасова О. Творче мислення фахівця як передумова розвитку його професійної мобільності / О. Тарасова // Обрії. - 2015. - № 2. - С. 27-29.
151. Творческие способности / Елисеев О.П. Практикум по психологии личности — СПб., 2003. — С.373-374.
152. Теплицький І. О. Розвиток творчих здібностей школярів засобами комп'ютерного моделювання: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / І. О. Теплицький; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. - К., 2001. - 20 с.
153. Терепя А. В. Активизация креативной деятельности будущих учителей начальной школы в процессе обучения математике / А. В. Терепя //

- «Evaluarea in sistemul educational: deziderate actuale», материалы междунар. науч.-практ. Конф, 9-10 ноября, 2017 р.– Republika Moldova – С. 363–367.
154. Терепа А. В. Вивчення нових тенденцій у системі розвитку математичних компетентностей майбутнього вчителя початкової школи / А. В. Терепа // Педагогічний пошук: Збірник наукових праць студентів і молодих вчених. - Випуск 8. – Вінниця: ТОВ «Нілан ЛТД», 2017. – С. 140 -143.
155. Терепа А. В. Місце і роль логічних задач у системі математичної підготовки вчителя початкової школи / А. В. Терепа // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія 3. Фізика і математика у вищій та середній школі. – Випуск 18: збірник наукових праць. – Київ: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2017. - С 191 – 198.
156. Терепа А. В. Місце і роль математичних компетентностей в професійній діяльності сучасної людини / А. В. Терепа // «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики» за матеріалами Міжнародної науково-практичної конференції, 30 травня-1 червня 2018 р. – Вінниця, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, 2018. – С. 182 – 187.
157. Терепа А. В. Місце і роль навчання математики в системі підготовки вчителя початкової школи / А. В. Терепа // «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики» за матеріалами Міжнародної науково-практичної конференції до 70-річчя кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М. П. Драгоманова, 11-13 травня 2017 р, Київ, Україна – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. – С. 249 - 250.
158. Терепа А. В. Підвищення мотивації та інтересу студентів педагогічних коледжів до навчання математики / А. В. Терепа // Зб. наук. пр.: Актуальні питання природничо-математичної освіти. – Випуск №7-8. - Суми: Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016 р.- С. 113 – 120.

159. Терепя А. В. Психолого-педагогічні основи формування математичної компетентності майбутніх учителів в умовах педагогічних коледжів / А. В. Терепя // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми// Зб. наук. праць. – Вип. 45 / редкол. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2016. – С. 122-127.
160. Терепя А. В. Система задач, як засіб формування математичних компетентностей / А. В. Терепя // «Методичний пошук вчителя математики»: збірник наукових праць за матеріалами I Всеукраїнської дистанційної науково-практичної конференції, м. Вінниця, 16 березня 2017 р. – Вінниця: Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, 2017. – С. 332-334.
161. Трегуб Н. Математика в економіці. Програма спецкурсу для учнів 10 – 11 класів загальноосвітньої школи //Математика. – серпень 2005. – №31 – 32 (331 – 332). – С.15 – 17.
162. Туник Е.Е. Психодіагностика творчого мислення. Креативні тести. - СПб.: СПбУПМ, 1997.
163. Туриніна О. Л. Психологія творчості: Навч. посіб. – К.: МАУП, 2007. — 160 с.
164. Уоллес Г. Искусство мыслить: Грэм Уоллес о четырёх этапах творчества /Уоллес Г./ Wallas G. The Art of Thought. N. Y., 1926, С. 20.
165. Франк Яна. Муза и чудовище: как организовать творческий труд – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2010. – 272 с.
166. Худяков В. Л. Творческий поиск преподавателя профтехучилища.- М.:Высшая школа, 1991. – С. 71
167. Цибух Л. М. Багатоваріантність розв'язання математичних завдань як фактор розвитку творчого та логічного мислення / Л. М. Цибух, Д. Ф. Цибух // Наука і освіта. - 2012. - № 9. - С. 222-226.

168. Чашечникова О. С. Концептуальні засади формування і розвитку творчого мислення школярів в ході навчання математики / О. С.Чашечникова // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2013, № 2 (28). – С. 141 – 152.
169. Чашечникова О. С. Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики: монографія / О. С. Чашечникова. – Суми: Видавництво ПП Вінниченко М. Д., ФОП Литовченко Є. Б., 2011. -412 с.
170. Чашечникова О. С. Формування конкурентоспроможної особи у процесі навчання математики / О. С. Чашечникова, Л. Г. Чашечникова // Дидактика математики: проблеми і дослідж.: зб. наук. пр. - 2013. - Вип. 40. - С. 60-65.
171. Черноус В. Креативне мислення у творчих пошуках особистості: літературний огляд / В. Черноус // Нова пед. думка. - 2014. - № 1. - С. 38-41.
172. Шавальова О.В. Застосування програмного комплексу GRAN у математичній підготовці середніх медичних працівників //Математика в школі. - 2005. №5. - С. 12. - 15.
173. Шакуров Р.Х. Творческий рост педагога. - М, 1985. - 80 с.
174. Шамлян К. М. Психологія творчості: навч. посіб. / К. М. Шамлян; Нац. лісотехн. ун-т України. - Л., 2007. - 62 с.
175. Шахіна І. Ю. Креативність як складова особистості вчителя / І. Ю. Шахіна // Наук. зап. Вінниц. держ. пед. ун-ту ім. М. Коцюбинського. Сер. Педагогіка і психологія: зб. наук. пр. - 2008. - Вип. 22. - С. 185-189.
176. Швед М., Довгань М. Розвиток творчого мислення як важлива складова формування творчої особистості / М.Швед, М.Довгань // ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ: Серія педагогічна 2008. Вип 23. С. 31–37.
177. Шевчук І. В. Творчі підходи до вивчення математики в початкових класах / І. В. Шевчук // Наука і освіта. - 2011. - № 4. - С. 478-482.

178. Шевчук І. В. Прийоми активізації творчого мислення учнів початкових класів на уроках математики. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://library.udpu.edu.ua/library_files/psuh_pedagog_prob1_silsk_shkolu/8/visnuk_16.pdf.
179. Эдвард де Бонно. Гениально! Инструменты решения креативных задач = Serious Creativity: Using the Power of Lateral Thinking to Create New Ideas (1992) ISBN 0-00-255143-8 – A summation of many of De Bono's ideas on creativity. — М.: Альпина Паблишер, 2015. — 381 с.
180. Эдвард де Бонно. Искусство думать: Латеральное мышление как способ решения сложных задач = Lateral Thinking An Introduction. — М.: Альпина Паблишер, 2015. — 172 с.
181. Энгельмейер П. К. Творческая личность и среда в области технических изобретений. СПб., 1911.
182. Энгельмейер П. К. Теория творчества. СПб., 1910.
183. Якобсон П. М. Процесс творческой работы изобретателя. М. – Л., 1934.
184. Якубова Л. А. Розвиток творчих здібностей підлітків у процесі позакласної роботи загальноосвітніх навчальних закладів: автореф. дис.. .. канд. пед. наук: 13.00.07 / Л. А. Якубова; Миколаїв. держ. ун-т ім. В.О. Сухомлинського. — Миколаїв, 2010. — 20 с.
185. Яланська С. П. Психологія творчості: навчальний посібник / С. П. Яланська. – Полтава: ПНПУ імені В.Г. Короленка, 2014. – 180 с.
186. <https://sites.google.com/site/kovalenkokundiusdemyanec/home/matematiki-sucasnosti>
187. https://uk.wikipedia.org/wiki/Математика_та_мистецтво.
188. <https://childdevelop.com.ua/articles/psychology/1034/>

Наукове видання

Матяш Ольга Іванівна

Терепа Алла Василівна

МАТЕМАТИКА У ТВОРЧОСТІ ТВОРЧІСТЬ У МАТЕМАТИЦІ

Відповідальний за випуск: **О. І. Матяш**

Художнє оформлення обкладинки: А. В. Терепа

Технічне редагування, коректування і верстка: **О. І. Матяш, А. В. Терепа**

Підписано до друку

Формат 30×42/2. Папір офс. Гарн. Times New Roman/

Друк різнографією. Ум. друк арк. – 26,37. Обл. – вид. арк. – 25,00

Тираж 100. Зам. №

Віддруковано в редакційно-видавничому центрі ВДПУ імені Михайла
Коцюбинського.



Матяш Ольга Іванівна – доктор педагогічних наук, професор університету, завідувач кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, відмінник освіти України, керівник наукової школи «Підвищення якості фахової підготовки майбутніх учителів математики в умовах розвитку вищої освіти в Україні»



Терепа Алла Василівна – викладач математики Вінницького обласного комунального гуманітарно-педагогічного коледжу, здобувач наукового ступеня кандидата педагогічних наук у Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського